$\alpha\lambda\alpha\mu\alpha$

eman ta zabal zazu

Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

# Programa y libro de resúmenes

## Encuentro de Álgebra Lineal, Análisis Matricial y Aplicaciones, ALAMA2008

# Schedule and book of abstracts

## Meeting on Linear Algebra, Matrix Analysis and Applications, 2008LAMAA Meeting

23 de septiembre de 2008, 12:51 h
September 23, 2008

**A** Salón de actos (planta baja)/Assembly hall (ground floor )
**B** Sala de grados (planta primera)/Degree room (first floor)
**C** Cafetería (puerta izquierda)/Coffee bar (left gate)

ALAMA2008 es el primer encuentro organizado por la Red Temática de Álgebra Lineal, Análisis Matricial y Aplicaciones (ALAMA). Se celebrará los días 25 y 26 de septiembre de 2008, en la Facultad de Farmacia, Universidad del País Vasco/Euskal Herriko Unibertsitatea, Paseo de la Universidad, 7, Vitoria-Gasteiz. Está patrocinado por **la Universidad del País Vasco, el Gobierno Vasco y el Ministerio de Ciencia e Innovación.**

ALAMA2008 is the first meeting organized by the Thematic Network for Linear Algebra, Matrix Analysis and Applications (ALAMA acronym in Spanish). It will be held on 25th and 26th September, 2008, at the Faculty of Pharmacy of the University of the Basque Country/Euskal Herriko Unibertsitatea, 7, Paseo of the University, Vitoria-Gasteiz. It is sponsored by **the University of the Basque Country, the Basque Government and the Ministry of Science and Innovation.**

## PROGRAMA/SCHEDULE

**jueves 25 septiembre 2008**

| | |
|---|---|
| 9:00-9:30 | Registro |
| 9:30-9:45 | Apertura (A) |
| 9:45-10:30 | Conferencia plenaria 1 (A) |
| 10:30-11:00 | Descanso y café (C) |
| 11:00-13:00 | Sesión 1 (A y B) |
| 13:00-15:45 | Almuerzo |
| 15:45-16:30 | Conferencia plenaria 2 (A) |
| 16:30-18:00 | Sesión 2 (A y B) |
| 18:00-18:30 | Descanso y café (C) |
| 18:30-19:30 | Asamblea ALAMA (A) |
| 21:30 | Cena congreso |

**viernes 26 septiembre 2008**

| | |
|---|---|
| 9:45-10:30 | Conferencia plenaria 3 (A) |
| 10:30-11:00 | Descanso y café (C) |
| 11:00-13:00 | Sesión 3 (A y B) |
| 13:00-15:45 | Foto y Almuerzo |
| 15:45-16:30 | Sesión especial (A) |
| 16:30-17:00 | Sesión 4 (A y B) |
| 17:00-17:30 | Descanso y café (C) |
| 17:30-18:15 | Conferencia plenaria 4(A) |
| 18:15-18:30 | Clausura (A) |

## JUEVES 25 DE SEPTIEMBRE/THURSDAY, 25TH SEPTEMBER

---

**de 9:30 a 9:45** APERTURA/OPENING

---

**Conferencia plenaria 1/Plenary talk 1:** jueves 25 de 9:45 a 10:30
Título/Title: *Quadratic Eigenvalue Problems: Old and New*
Ponente/Speaker: Peter Lancaster
Presidente/Chairman: Ion Zaballa

---

**de 10:30 a 11:00** DESCANSO Y CAFÉ/COFFEE BREAK

---

**Sesión 1 (A):** jueves 25 de 11:00 a 13:00. PERTURBACIÓN
Presidente: Xavier Puerta

- **de 11:00 a 11:30**

  Título: *Cambio de la estructura de Brunovsky de* $(A, B)$ *cuando se perturban varias columnas de* $B$*: Una forma reducida para la relación de equivalencia asociada*

  Autores: Itziar Baragaña, María Asunción Beitia, Inmaculada de Hoyos

- **de 11:30 a 12:00**

  Título: *Realizations of perturbations of an observable pair with prescribed indices*

  Autores: María Asunción Beitia, Albert Compta, Inmaculada de Hoyos, Marta Peña

- **de 12:00 a 12:30**

  Título: *Lipschitz stability of controlled invariant subspaces*

  Autores: Juan-Miguel Gracia, Francisco E. Velasco

- **de 12:30 a 13:00**

  Título: *Bimodal piecewise linear systems. Reduced forms*

  Autores: Josep Ferrer, M. Dolors Magret, Marta Peña

---

**Sesión 1 (B):** jueves 25 de 11:00 a 13:00. MATRICES POSITIVAS, SISTEMAS, DIGRAFOS
Presidente: Rafael Cantó

- **de 11:00 a 11:30**

  Título: *Factorización LDU de matrices invertibles totalmente no positivas*

  Autores: Rafael Cantó, Beatriz Ricarte, Ana María Urbano

- **de 11:30 a 12:00**

  Título: *Condiciones necesarias para el problema espectral inverso no negativo*

  Autores: Carlos Marijuán, Miriam Pisonero

- **de 12:00 a 12:30**

  Título: *El problema espectral inverso no negativo para matrices con traza cero*

  Autores: Carlos Marijuán, Miriam Pisonero

- **de 12:30 a 13:00**

  Título: *Índice de alcanzabilidad de una nueva familia de sistemas 2D positivos*

  Autores: Esteban Bailo, Josep Gelonch, Sergio Romero

---

**de 13:00 a 15:45** ALMUERZO/LUNCH

---

**Conferencia plenaria 2/Plenary talk 2:** jueves 25 de 15:45 a 16:30
Título/Title: *Construction and Decoding of Spread Codes*
Ponente/Speaker: Joachim Rosenthal
Presidente/Chairman : Joan-Josep Climent

---

**Sesión 2 (A):** jueves 25 de 16:30 a 18:00. MATRICES POLINOMIALES
Presidente: Josep Ferrer

- **de 16:30 a 17:00**

  Título: *Pencils with prescribed constant subpencils II*

  Autores: Alicia Roca, Fernando C. Silva

- **de 17:00 a 17:30**

  Título: *Linearizations of singular matrix polynomials and the recovery of minimal indices*

  Autores: Fernando de Terán, Froilán M. Dopico, D. Steven Mackey

- **de 17:30 a 18:00**

  Título: *Local Wiener–Hopf factorization and indices over arbitrary fields*

  Autores: Agurtzane Amparan, Silvia Marcaida, Ion Zaballa

---

**Sesión 2 (B):** jueves 25 de 16:30 a 18:00. MATRICES ESPECIALES
Presidente: Ana María Urbano

- **de 16:30 a 17:00**

  Título: *Strictly sign-regular linear programming problems*

  Autores: Marta García Esnaola, Juan Manuel Peña

- **de 17:00 a 17:30**

  Título: *Complemento de Schur de H-matrices. Antecedentes*

  Autores: Isabel Giménez, Rafael Bru, Cristina Corral, José Mas

- **de 17:30 a 18:00**

  Título: *Complementos de Schur de H-matrices de las clases mixta y singular*

  Autores: Cristina Corral, Rafael Bru, Isabel Giménez, José Mas

---

**de 18:00 a 18:30** DESCANSO Y CAFÉ/COFFEE BREAK

---

**Asamblea de la Red Temática ALAMA:** jueves 25 de 18:30 a 19:30
Orden del día:

- Información de la gestión realizada.
- Congreso CEDYA y CMA (Ciudad Real, 2009). Encuentro ALAMA2010.
- Elección del nuevo Responsable y Comisión Permanente para el periodo del 1 de enero de 2009 al 31 de diciembre de 2010.

---

**21:30** CENA DEL CONGRESO EN "EL PORTALÓN"/CONFERENCE DINNER AT "EL PORTALÓN"

---

VIERNES 26 DE SEPTIEMBRE/FRIDAY, 26TH SEPTEMBER

---

**Conferencia plenaria 3/Plenary talk 3:** viernes 26 de 9:45 a 10:30
Título/Title: *Minimal Sets Alternative to Minimal Geršgorin Sets*
Ponente/Speaker: Ljiljana Cvetković
Presidente/Chairman: Rafael Bru

---

**de 10:30 a 11:00** DESCANSO Y CAFÉ/COFFEE BREAK

---

**Sesión 3 (A):** viernes 26 de 11:00 a 13:00. SISTEMAS LINEALES
Presidente: María Asunción Beitia

- **de 11:00 a 11:30**

  Título: *On a partial realization problem*

  Autor: Ion Zaballa

- **de 11:30 a 12:00**

  Título: *Construcción de códigos convolucionales periódicos desde el punto de vista de sistemas lineales*

  Autores: Joan-Josep Climent, Victoria Herranz, Carmen Perea, Virtudes Tomás

- **de 12:00 a 12:30**

  Título: *Linear systems on rings of functions: Influence of ancillary inputs*

  Autores: Montserrat López-Cabeceira and Miguel Carriegos

- **de 12:30 a 13:00**

  Título: *On properties of special singular systems*

  Autores: Begoña Cantó, Carmen Coll and Elena Sánchez

**Sesión 3 (B):** viernes 26 de 11:00 a 13:00. PRECONDICIONADORES. PERTURBACIÓN DE LA INVERSA DE DRAZIN
Presidente: Juan Ramón Torregrosa

- **de 11:00 a 11:30**

  Título: *Actualizaciones simétricas de rango bajo basadas en el precondicionador ISM*

  Autores: Juana Cerdán, José Marín, José Mas

- **de 11:30 a 12:00**

  Título: *Precondicionadores para problemas de electromagnetismo computacional*

  Autores: Rafael Bru, José Marín, Natalia Malla, Enrique Pascual

- **de 12:00 a 12:30**

  Título: *Caracterización y representación de una clase de matrices perturbadas en el contexto de la inversa de Drazin*

  Autores: Juan Robles, José Ygnacio Vélez-Cerrada

- **de 12:30 a 13:00**

  Título: *Cotas de error de la inversa de Drazin de una matriz perturbada*

  Autores: José Ygnacio Vélez-Cerrada, Juan Robles

---

**de 13:00 a 13:10** FOTO/PHOTO

---

**de 13:00 a 15:45** ALMUERZO/LUNCH

---

**Sesión especial sobre aplicaciones:** viernes 26 de 15:45 a 16:30
Presidente: Rafael Bru

- Título: *Gestión y conservación de la fauna*

  Ponentes: Benjamín Gómez Moliner y Juan-Miguel Gracia

- Título: *Matemáticas para proteger los aviones contra el impacto de rayos*

  Ponente: Enrique Pascual

---

**Sesión 4 (A):** viernes 26 de 16:30 a 17:00. PSEUDOESPECTRO
Presidente: Julio Moro

- **de 16:30 a 17:00**

  Título: *Derivatives of the connected components of the pseudospectrum*

  Autores: Gorka Armentia, Juan-Miguel Gracia, Francisco E. Velasco

---

**Sesión 4 (B):** viernes 26 de 16:30 a 17:00. INTERNET
Presidente: José Mas

- **de 16:30 a 17:00**

  Título: *Sobre el análisis matemático de Redes Sociales en Internet. El caso de Myspace*

  Autor: Francisco Pedroche

**de 17:00 a 17:30** DESCANSO Y CAFÉ/COFFEE BREAK

**Conferencia plenaria 4/Plenary talk 4:** viernes 26 de 17:30 a 18:15
Título/Title: *Poutpurri on Structured Matrices*
Ponente/Speaker: Vadim Olshevsky
Presidente/Chairman: Froilán M. Dopico

**de 18:15 a 18:30** CLAUSURA/CLOSING

**Consideraciones**

- Las conferencias plenarias serán de 40 minutos más 5 minutos para preguntas.
- La comunicaciones serán de 20-25 minutos y el resto del tiempo hasta 30 minutos para preguntas.
- Se ruega a los oradores y a los presidentes de sesión que las presentaciones se ajusten al horario indicado.
- Tanto en el salón de actos (A), como en la sala de grados (B), se dispone de ordenador con cañón de proyección.

**Otras observaciones:**

- Los participantes recibirán junto con la documentación un justificante del pago de la cuota de inscripción y, en su caso, de la cena. Si algún asistente necesita una factura debe aportar los datos (nombre, domicilio fiscal y NIF o CIF) de la persona o institución que ha pagado.
- La cuota de inscripción da derecho a los refrigerios que tendrán lugar en los descansos, en la cafetería de la Facultad de Farmacia, que se encuentra enfrente del salón de actos (A). El acceso se realizará por la puerta izquierda de la misma (C).
- El salón de actos (A) se encuentra en la planta baja de la Facultad de Farmacia, a la izquierda de la entrada principal (Norte).
- La sala de grados (B) se encuentra encima de la cafetería. Se puede acceder por la escalera que hay al lado del salón de actos (A). Una vez que se llega a la primera planta, se encuentra enfrente hacia la izquierda.
- Se ruega la asistencia de los miembros de la Red Temática ALAMA a la Asamblea de dicha red.

  Orden del día:

  - Información de la gestión realizada.
  - Congreso CEDYA y CMA (Ciudad Real, 2009). Encuentro ALAMA2010.
  - Elección del nuevo Responsable y Comisión Permanente para el periodo del 1 de enero de 2009 al 31 de diciembre de 2010.
- La cena de congreso tendrá lugar a las 21:30 del jueves 25 de septiembre de 2008, en el restaurante "El Portalón ", situado en la calle Correría, número 151, de Vitoria-Gazteiz. Los participantes y acompañantes que hayan pagado su importe, recibirán un vale que deberán presentar a su llegada al restaurante.

## Títulos/Titles

# Conferencias plenarias (40 minutos)
# Plenary talks (40 minutes)

### Quadratic Eigenvalue Problems: Old and New

Peter Lancaster

University of Calgary, Canada

### Abstract

I will review the now classical theory of Hermitian quadratic eigenvalue problems developed by Gohberg, Lancaster, and Rodman. There will be special emphasis on the role of indefinite scalar products and sign characteristics. The new applications will concern inverse eigenvalue problems in this context.

---

### Construction and Decoding of Spread Codes

Joachim Rosenthal

University of Zürich
Mathematics Institute
8057 Zürich, Switzerland

### Abstract

A a novel framework for random network coding has been recently introduced by Koetter and Kschischang [KK07]. In this framework information is encoded in subspaces of a given ambient space over a finite field. A natural metric is introduced where two subspaces are 'close to each other' as soon as their dimension of intersection is large. This framework poses new linear algebra challenges to design new codes with large distances and to come up with efficient decoding algorithms.

In this survey talk we describe the linear algebra notions involved in the problem. We also report on some recent progress obtained in collaboration with Elisa Gorla and Felice Manganiello [MGR08] as well as work of several other authors [ES08, SKK07, SKK08, Ska08].

## References

[ES08] T. Etzion and N. Silberstein. Error-correcting codes in projective spaces via rank-metric codes and Ferrers diagrams. arXiv:0807.4846, 2008.

[KK07] R. Koetter and F. Kschischang. Coding for errors and erasures in random network coding. arXiv.org:cs/0703061, 2007.

[MGR08] F. Manganiello, E. Gorla, and J. Rosenthal. Spread codes and spread decoding in network coding. In *Proceedings of the 2008 IEEE International Symposium on Information Theory*, pages 851–855, Toronto, Canada, 2008.

[Ska08] V. Skachek. Recursive code construction for random networks. arXiv:0806.3650, 2008.

[SKK07] D. Silva, F. Kschischang, and F. Kötter. A rank-metric approach to error control in random network coding. arXiv:0711.0708, 2007.

[SKK08] D. Silva, F. Kschischang, and F. Kötter. Capacity of random network coding under a probabilistic error model. arXiv:0807.1372, 2008.

## Minimal Sets Alternative to Minimal Geršgorin Sets

Ljiljana Cvetković

Faculty of Science, University of Novi Sad

### Abstract

The concept of Minimal Geršgorin set has been introduced in *Varga, R. S., Minimal Geršgorin sets, Pacific J. Math. 15 (1965), 719–729.*, and a lot of its nice properties have been proved in *Varga, R. S., Geršgorin and his circles, Springer Series in Computational Mathematics, vol. 36, Springer, Berlin, Heidelberg, 2004.* On the other hand, a different approach to the eigenvalue localization has been developed in *Peña, J. M., A class of P-matrices with applications to the localization of the eigenvalues of a real matrix, SIAM J. Matrix Anal. Appl. 22 (2001), no. 4, 1027–1037.* The aim of this talk is to discuss the concept of Minimal sets applied to this new approach.

Joint work with Juan Manuel Peña, University of Zaragoza

---

## Poutpurri on Structured Matrices

Vadim Olshevsky

University of Connecticut
Department of Mathematics, USA

### Abstract

Structured matrices garnered a lot of interest during the last decade. In this talk we describe two quite different results for two quite different classes of structured matrices.

In the first part of the talk we focus on Jordan-structure-preserving perturbations of matrices selfadjoint in the indefinite inner product. The main result is Lipschitz stability of the corresponding so-called similitude matrices. The result can be reformulated as Lipschitz stability, under small perturbations, of canonical Jordan bases (i.e., eigenvectors and generalized eigenvectors enjoying a certain flipped orthonormality relation) of matrices selfadjoint in the indefinite inner product.

In the second half of the talk we use signal flow graphs to describe the structure of the inverse polynomial Vandermonde matrix (and to design a fast $O(n^2)$ algorithm that computes it). Although all the results can be derived algebraically, here we reveal a connection to signal processing, and deduce new inversion formulas via elementary operations on signal flow graphs for digital filter structures. No knowledge of signal processing (or anything beyond matrices) is required, we provide an elementary 5-minutes tutorial on flow graphs, and show how their use dramatically simplifies the derivation of inversion formulas. This second part of the talk is related to semiseparable and quasiseparable matrices, the latter classes seem to the chief focus of structured matrices community in the last couple of years.

# Comunicaciones (de 20 a 25 minutos)
# Communications (from 20 to 25 minutes)

## Derivatives of the connected components of the pseudospectrum

Gorka Armentia, Juan-Miguel Gracia, Francisco E. Velasco

The University of the Basque Country
Dept. of Applied Mathematics and Statistics

### Abstract

For each $\varepsilon \geq 0$, the pseudospectrum of level $\varepsilon$ of a square complex matrix $A$ is the subset of the complex plane formed by the eigenvalues of all matrices $X$ within an $\varepsilon$ distance from $A$; this distance is given by the spectral norm of the difference of the matrices $X$ and $A$. For small values of $\varepsilon$ the pseudospectrum of level $\varepsilon$ of $A$ has as many connected components as distinct eigenvalues of $A$; let us denote $\mathcal{K}_j(\varepsilon)$ the connected component for the eigenvalue $\lambda_j$.

Karow [1] proved that, *in a certain sense* using the Hausdorff distance, the derivative of $\mathcal{K}_j(\varepsilon)$ with respect to $\varepsilon$ at $\varepsilon = 0$, is the closed disk centered at 0 and radius the condition number of $\lambda_j$. Taking the area, the diameter and the radius of $\mathcal{K}_j(\varepsilon)$ we have obtained the relationships between the condition number and the first and second derivatives, respectively, of these real functions associated with $\mathcal{K}_j(\varepsilon)$.

## References

[1] M. Karow: *Geometry of spectral sets*, Ph.D. Thesis, Universität Bremen, 2003.

---

## Local Wiener–Hopf factorization and indices over arbitrary fields

Agurtzane Amparan, Silvia Marcaida, Ion Zaballa

Departamento de Matemática Aplicada y Estadística e Investigación Operativa
Universidad del País Vasco/Euskal Herriko Unibertsitatea

### Abstract

A generalization to arbitrary fields of the usual Wiener–Hopf equivalence of complex valued rational matrix functions is given and a complete system of invariants is found for this equivalence relation. The existence of diagonal factorization for this relation is also studied.

---

## Índice de alcanzabilidad de una nueva familia de sistemas 2D positivos[1]

Esteban Bailo[1], Josep Gelonch[1], Sergio Romero[2]

[1]Dept. de Matemàtica, Universidad de Lleida,
[2]Inst. de Matemàtica Multidisciplinar, Univ. Polit. de València

[1]Trabajo financiado por el proyecto DGI MTM2007-64477

### Resumen

Los sistemas 2D positivos han experimentado un considerable impulso en la última década al aparecer de manera natural en la resolución de numerosos problemas físicos tales como la difusión de la contaminación en un río, la absorción de gases, la calefacción por agua caliente.

Una propiedad estructural de estos sistemas es la alcanzabilidad local cuyo estudio se realiza analizando los estados locales del sistema. El mínimo número de pasos necesarios para determinar todos los estados locales no negativos de un sistema 2D positivo se conoce como el índice de alcanzabilidad local del sistema. En sistemas localmente alcanzables, el cálculo de una cota superior para dicho índice es un problema abierto en la actualidad.

En el presente trabajo se presenta una familia de sistemas 2D positivos localmente alcanzables y se obtiene una expresión general del índice de alcanzabilidad local en función de la dimensión del sistema. También se realiza una comparación con resultados anteriormente publicados (ver [1], [3], [4], [6] y [7]).

*Palabras clave:* Sistemas 2D positivos, alcanzabilidad, digrafos asociados, índice de alcanzabilidad local, matrices no negativas.


## Referencias


[1] E. Bailo, R. Bru, J. Gelonch y S. Romero, *On the Reachability Index of Positive 2D Systems*, IEEE Transactions on Circuits and Systems II:Express Briefs, 53-10 (2006), 997–1001.

[2] E. Bailo, R. Bru, J. Gelonch y S. Romero, *Sobre el índice de alcanzabilidad de sistemas 2D positivos.* En Cd-Rom Actas XIX CEDYA/IX CMA (2005), Leganés (España).

[3] E. Bailo, J. Gelonch y S. Romero, *Additonal results on the reachability index of positive 2-D systems.* Lecture Notes in Control and Information Sciences 341 (2006), 73–80.

[4] E. Bailo, J. Gelonch y S. Romero, *Índice de alcanzabilidad: Sistemas 2D positivos con* 2 *ciclos.* En Flash-Memory Actas XX CEDYA/X CMA (2007), Sevilla (España).

[5] R. Bru, C. Coll, S. Romero y E. Sanchez, *Reachability indices of positive linear systems.* Electron. J. of Linear Algebra, 11 (2004), 88–102.

[6] E. Fornasini; M. E. Valcher, *Controllability and Reachability of 2-D Positive Systems: a Graph Theoretic Approach*, IEEE Transactions on Circuits and Systems-I: Regular Papers. 52-3 (2005), 576–585.

[7] T. Kaczorek, *Reachability index of the positive 2D general models*, Bulletin of the Polish Academy of Sciences Technical Sciences 52-1 (2004), 79–81.

[8] T. Kaczorek. “Positive 1D and 2D Systems”, Springer-Verlag, London, 2002.


---

## Cambio de la estructura de Brunovsky de $(A, B)$ cuando se perturban varias columnas de $B$: Una forma reducida para la relación de equivalencia asociada


Itziar Baragaña, María Asunción Beitia, Inmaculada de Hoyos

Universidad del País Vasco/Euskal Herriko Unibertsitatea



### Resumen

Nuestro objetivo es estudiar el cambio de los invariantes de equivalencia por feedback de un par $(A, [B_1\ B_2])$ bajo pequeñas perturbaciones aditivas en las columnas de $B_2$.

- Buscamos condiciones necesarias que deben satisfacer los invariantes de las matrices

  $$[A\ B_1\ B_2']$$

  donde $B_2'$ es una matriz suficientemente próxima a $B_2$.

- Por otra parte, dado $\varepsilon$ suficientemente pequeño, buscamos condiciones (necesarias y suficientes) que deben satisfacer ciertas particiones y ciertos polinomios, para poder ser las particiones de los índices de controlabilidad y factores invariantes de $[A\ B_1\ B_2']$ con $\|B_2' - B_2\| < \varepsilon$.

Definimos una relación de equivalencia entre pares de matrices adecuada para resolver este último problema y buscamos una forma reducida asociada a ella. También caracterizamos los invariantes enteros de dicha relación.

---

## Realizations of perturbations of an observable pair with prescribed indices

María Asunción Beitia[1], Albert Compta[2], Inmaculada de Hoyos[3], Marta Peña[2]

[1]Escuela de Magisterio, UPV/EHU, [2]E.T.S. Enginyeria Industrial de Barcelona, Universitat Politècnica de Catalunya, [3]Facultad de Farmacia, UPV/EHU

### Abstract

It is well known that, when a pair $(C, A)$ is perturbed the new observability indices $k'$ are *majorized* by the initial ones $k$, $k \succ k'$. Conversely, any indices $k'$ majorized by $k$ can be obtained by perturbing $(C, A)$. The aim of this paper is the explicit construction of perturbations of $(C, A)$ which have the desired indices $k'$. Even more, the only allowed perturbations of $(C, A)$ are those in a versal deformation. We will construct explicit versal realizations by means of a sequence of uniparametric versal perturbations.

---

## Complemento de Schur de $H$-matrices. Antecedentes.[2]

Isabel Giménez, Rafael Bru, Cristina Corral y José Mas

Instituto de Matemática Multidisciplinar, Universidad Politécnica de Valencia

### Resumen

La existencia y propiedades del complemento de Schur y de factorizaciones LU de diversos tipos de matrices ha sido ampliamente estudiado. En particular, se pueden encontrar múltiples resultados sobre el complemento de Schur de $M$-matrices invertibles y/o irreducibles ([3, 2, 6, 3]). Esto permite concluir resultados similares para $H$-matrices de la clase invertible [2]. No obstante, quedan $H$-matrices de las clases singular y mixta [1], algunas de ellas invertibles, algunas de ellas irreducibles, para las que el estudio todavía no ha sido concluido. El objetivo principal de este trabajo es recoger los resultados que parcialmente abordan el tema para obtener conclusiones para $H$-matrices generales. Se incluye además un resultado para $H$-matrices irreducibles de la clase mixta: la equivalencia por matrices diagonales unitarias entre todas las matrices singulares equimodulares incluida la matriz de comparación. De aquí se concluye que el complemento de Schur de toda $H$-matriz irreducible singular de la clase mixta mantiene todas estas características.

## Referencias

[1] R. Bru, C. Corral, I. Giménez and J. Mas, *Classes of general $H$-matrices*, Linear Algebra Appl., (doi: 10.1016/j-laa.2007.10.030), 2007.

[2] D. E. Crabtree, *Applications of $M$-matrices to non-negative matrices*, Duke Math. J., 33, 179–208, 1966.

[3] K. Fan, *Note on $M$-matrices*, Quart. J. Math., (2), 11, 43–49, 1960.

[2]Trabajo financiado por el proyecto DGI MTM2007-64477.

[4] B. Polman, *Incomplete Blockwise Factorizations of (Block) H-matrices*, Linear Algebra Appl., 90, 119–132, 1987.

[5] Ronald L. Smith, *Some Notes on Z-matrices*, Linear Algebra Appl., 106, 219–231, 1988.

[6] R. S. Varga and D. Y. Cai, *On the LU factorization of M-matrices*, Numer. Math., 38, 193–208, 1981.

---

## Complementos de Schur de $H$-matrices de las clases mixta y singular.[3]

Cristina Corral, Rafael Bru, Isabel Giménez, José Mas

Instituto de Matemática Multidisciplinar, Universidad Politécnica de Valencia

### Resumen

Una partición del conjunto de $H$-matrices generales en tres clases, la clase invertible, la clase mixta y la clase singular, se da en [1]. Es bien conocido que el complemento de Schur de una $H$-matriz de la clase invertible existe y es también una $H$-matriz de la clase invertible [2]. El objetivo de este trabajo es determinar qué ocurre para las otras dos clases de $H$-matrices. Se estudian condiciones para que exista el complemento de Schur y se prueba que en este caso se obtiene de nuevo una $H$-matriz. Se observa que en la clase singular el complemento de Schur es cerrado, pero para matrices de la clase mixta puede ocurrir que el complemento de Schur pertenezca a cualquiera de las tres clases. Aunque el complemento de Schur mantiene la irreducibilidad de $M$-matrices [3], para $H$-matrices generales éste puede resultar reducible, en cuyo caso pasa a estar en la clase invertible o singular. Así, se estudian con mayor detalle las matrices irreducibles, se definen las matrices débilmente irreducibles y se obtienen condiciones bajo las cuales la clase de pertenencia está determinada.

# Referencias

[1] R. Bru, C. Corral, I. Giménez and J. Mas, *Classes of general H-matrices*, Linear Algebra Appl., (doi: 10.1016/j-laa.2007.10.030), 2007.

[2] B. Polman, *Incomplete Blockwise Factorizations of (Block) H-matrices*, Linear Algebra Appl., 90, 119–132, 1987.

[3] Ronald L. Smith, *Some Notes on Z-matrices*, Linear Algebra Appl., 106, 219–231, 1988.

---

## Precondicionadores para problemas de electromagnetismo computacional

Rafael Bru[1], José Marín[1], Natalia Malla[1] and Enrique Pascual[2]

[1]Instituto de Matemática Multidisciplinar, Universidad Politécnica de Valencia, Valencia, España.
[2]Departamento de Electromagnetismo Computacional, EADS-CASA, Getafe, España.

### Resumen

La simulación de los fenómenos de propagación de una onda electromagnética requiere la solución numérica de las ecuaciones de Maxwell. Tras la discretización del correspondiente conjunto de ecuaciones se obtiene un sistema de ecuaciones lineales cuya matriz de coeficientes es densa, con entradas complejas y mal condicionada. Para resolver estos sistemas de ecuaciones lineales se utilizan métodos iterativos precondicionados basados en los subespacios de Krylov [4].

En este trabajo se estudian diferentes precondicionadores para resolver sistemas de ecuaciones lineales que se obtienen en diferentes aplicaciones de Electromagnetismo Computacional (EMC) mediante métodos iterativos de Krylov.

[3]Trabajo financiado por el proyecto DGI MTM2007-64477.

En particular se presentan resultados numéricos correspondientes a diferentes precondicionadores de tipo ILU [4], precondicionadores de inversa aproximada factorizados [5, 6] y no factorizados [3] y precondicionadores basados en modificaciones espectrales de rango bajo [1, 2]. También se estudia el comportamiento numérico de diferentes métodos iterativos precondicionados basados en subespacios de Krylov tales como, Gmres(m) [7], Bi-cgstab [9] y sus versiones flexibles [8, 10]. Para dicho estudio los sistemas de ecuaciones lineales de EMC se precondicionan con los precondicionadores más efectivos del estudio anterior. Dado que las versiones flexibles permiten el uso de algún método iterativo como precondicionador, en el estudio realizado la aplicación del precondicionador corresponde a la solución aproximada de un sistema precondicionado resuelto a partir del método iterativo Gmres(m) para unas pocas iteraciones.
*Palabras clave:* Métodos iterativos, precondicionadores, modificaciones espectrales de rango bajo, electromagnetismo computacional.

## Referencias

[1] B. Carpentieri. *A class of spectral two-level preconditioners. SIAM J. Sci. Comput.*, 25(2):749–765, 2003.

[2] B. Carpentieri. *Sparse preconditioners for dense linear systems, from electromagnetics applications.* PhD thesis, l'Institut National Polytechnique de Toulouse, CERFACS, 2002.

[3] M. Grote and T. Huckle. Parallel preconditioning with sparse approximate inverses. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 18(3):838–853, 1997.

[4] Y. Saad. *Iterative Methods for Sparse Linear Systems.* PWS Publishing Company, Boston, 1996.

[5] R. Bru, J. Cerdán, J. Marín, and J. Mas. Preconditioning sparse nonsymmetric linear systems with the Sherman-Morrison formula. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 25(2):701–715, 2003.

[6] L. Yu. Kolotilina, and A. Yu. Yeremin. Factorized sparse approximate inverse preconditionings I. Theory. *SIAM J. Matrix Anal. Applic*, 14:45–58, 1993.

[7] Y. Saad, and M. H. Schultz. GMRES: a generalized minimal residual algorithm for solving nonsymmetric linear systems. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 7:856–869, 1986.

[8] Y. Saad. A flexible inner-outer preconditioned GMRES algorithm. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 14:461–469, 1993.

[9] H. A. Van der Vost. Bi-CGSTAB: A fast and smoothly converging variant of Bi-CG for the solution of non-symmetric linear systems. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 12(6):631–644, 1992.

[10] J. A. Vogel Flexible BiCG and flexible Bi-CGSTAB for nonsymetric linear systems. *Applied Mathematics and Computation*, 188(1):226–233.

---

## On properties of special singular systems

BEGOÑA CANTÓ, CARMEN COLL AND ELENA SÁNCHEZ

Instituto de Matemática Multidisciplinar.
Universidad Politécnica de Valencia. 46071 Valencia. España.

### Abstract

Causality is a well-known property of dynamical systems and it is a very important factor in delayed systems. A system is said to be causal if and only if the output of the system at time $t$ does not depend on the input after time $t$. On the other hand, a descriptor system can be not causal but can exist a feedback such that its closed–loop system has a natural response that is causal. In this case, the descriptor system is Y–controllable.

In this work the causality problem is analyzed taking into account a time-delay descriptor system. Moreover, conditions on a feedback in order to the time-delay system to be a Y–controllable system are obtained.
*Keywords*: Descriptor systems, time-delay, causality, Y–controllable.

---

## Factorización LDU de matrices invertibles totalmente no positivas[4]

Rafael Cantó, Beatriz Ricarte, Ana María Urbano

Instituto de Matemática Multidisciplinar, Universidad Politécnica de Valencia

### Resumen

Una matriz $A \in \mathbb{R}^{n\times m}$ se dice que es *estrictamente totalmente positiva* si todos sus menores son positivos y *totalmente positiva* si todos sus menores son no negativos. Estos tipos de matrices tienen una amplia variedad de aplicaciones en aproximación numérica, estadística, economía y diseño asistido por ordenador [6, 12], por lo que han sido estudiados por varios autores. Así, se han analizado sus propiedades y dado una factorización $LDU$ que permite fundamentalmente reducir el número de menores que hay que comprobar para saber si una matriz es (estrictamente) totalmente positiva.([1],[2]–[12]).

Si en cambio todos los menores son negativos, la matriz recibe el nombre de *totalmente negativa* y si todos sus menores son no positivos, entonces se llama *totalmente no positiva*. Para las matrices totalmente negativas Gasca y Peña [9] presentan una caracterización en términos de los parámetros obtenidos al aplicar el proceso de eliminación de Neville, mientras que Fallat y Driessche [5] analizan propiedades espectrales y una factorización del tipo $UDL$.

En este trabajo extendemos la caracterización de las matrices totalmente negativas dada en [5] a matrices invertibles totalmente no positivas. En particular, estudiamos estas matrices en términos de su factorización $LDU$, obteniendo caracterizaciones que permiten reducir el número de menores que hay que estudiar para saber si una matriz es totalmente no positiva. Se demuestra que sólo es necesario comprobar el signo de los menores con filas o columnas contiguas y que incluyan la primera fila o columna, respectivamente. Estas caracterizaciones son similares a las obtenidas para matrices totalmente positivas.

## Referencias

[1] T. Ando, *Totally positive matrices*, Linear Algebra Appl., 90 (1987), pp. 165–219.

[2] C. W. Cryer, *The LU-factorization of Totally Positive Matrices*, Linear Algebra Appl., 7 (1973), pp. 83–92.

[3] S. M. Fallat, A. Herman, M. I. Gekhtman and C. R. Johnson, *Compressions of totally positive matrices*, SIAM J. Matrix Anal. Appl., 28 (2006), pp. 68–80.

[4] S. M. Fallat, C. R. Johnson and R. L. Smith, *The general totally positive matrix completion problem with few unspecified entries*, Electronic Journal of Linear Algebra, 7 (2000), pp. 1–20.

[5] S. M. Fallat and P. Van Den Driessche, *On matrices with all minors negative*, Electronic Journal of Linear Algebra, 7 (2000), pp. 92–99.

[6] M. Gasca and C. A. Micchelli, Eds., *Total Positivity and its Applications*, Math. Appl. 359, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands, 1996.

[7] M. Gasca and J. M. Peña, *Total positivity and Neville elimination*, Linear Algebra Appl., 44 (1992), pp. 25–44.

[8] M. Gasca and J. M. Peña, *Total positivity, QR factorization and Neville elimination*, SIAM J. Matrix Anal. Appl., 4 (1993), pp. 1132–1140.

[9] M. Gasca and J. M. Peña, *A test for strict sign-regularity*, Linear Algebra Appl., 197/198 (1994), pp. 133–142.

[10] M. Gasca and J. M. Peña, *On factorizations of totally positive matrices*, in Total Positivity and its Applications, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands, 1996, pp. 109–130.

[11] M. Gassó and J.R. Torregrosa, *A totally positive factorization of rectangular matrices by the Neville elimination*, SIAM J. Matrix Anal. Appl., 25 (2004), pp. 986–994.

[12] S. Karlin, *Total Positivity*, Vol. I, Stanford University Press, Stanford, CA,1968.

[4]Trabajo financiado por el proyecto DGI MTM2007-64477 y el proyecto de incentivación de la investigación de la Universidad Politécnica de Valencia.

## Linear systems on rings of functions: Influence of ancillary inputs

Montserrat López-Cabeceira and Miguel Carriegos Vieira

Departamento de Matemáticas
Universidad de León

### Abstract

It is well known (since [4]) that being $R$ the ring $\mathbb{Z}[x,y,z]/(x^2+y^2+z^2-1)$ the row $(x,y,z)$ is not completable to a base of $R^3$ though $(x,y,z)$ is in fact unimodular. This gives rise interesting consequences in control theory dynamical study of linear systems. The notion of projective module is at the core of our boarding (see [2]).

Given a pair of matrices $(A,B)\in R^{n\times n}\times R^{n\times m}$ (resp. $(A',B')\in R^{n\times n}\times R^{n\times m}$) we will consider an extension of the input matrix $B$ (resp. $B'$) through $r$ columns of zeros. From the control theory point of view this may be viewed as the study of the influence of ancillary inputs on the feedback equivalence between the systems $(A,B)$ and $(A',B')$, but from the linear algebra point of view this ampliation will modify the systems (see [3]).

In particular, we will show that linear systems $((0),(x,y,z))$ and $((0),(1,0,0))$ are not feedback equivalent, though their trivial ampliations $((0),(x,y,z,0))$ and $((0),(1,0,0,0))$ are equivalent.

For general reading on the subject see [1].

## References

[1] J.W. Brewer, J.W. Bunce and F.S. Van Vleck, *Linear Systems over Commutative Rings,* Marcel Dekker, New York, 1986.

[2] M.V. Carriegos, *Linear Algebra over Commutative Rings Applied to Control Theory* in: *Linear Algebra Research Advances* (G. D. Ling editor), Nova Science Publishers, New York, 2007, 93–131.

[3] J.A. Hermida-Alonso, M.M. López-Cabeceira, *Dynamic feedback over principal ideal domains and quotient rings*, Linear Algebra and Its Applications 413 (2006) 235–244.

[4] D.G. Northcott, *Finite Free Resolutions*, Cambridge Tracts in Mathematics vol. 71, Cambridge University Press, 1976.

## Actualizaciones simétricas de rango bajo basadas en el precondicionador ISM

Juana Cerdán, José Marín, José Mas

Universidad Politécnica de Valencia

### Resumen

Sea $A$ una matriz simétrica y definida positiva, y sea $B$ la matriz obtenida después de aplicar una actualización de rango bajo, $B = A + CC'$. Supongamos que se ha calculado un precondicionador del tipo ISM de la matriz $A$ y que se tiene que resolver el sistema de ecuaciones lineales $Bx = b$ mediante un método iterativo (por ejemplo el del gradiente conjugado). En este trabajo consideramos el problema de actualizar el precondicionador previamente calculado para la matriz $A$ de forma que se obtenga un precondicionador eficiente para la matriz $B$.

En particular consideramos la aplicación del precondicionador BIF (*balanced incomplete factorization*), que calcula tanto la factorización $LDL'$ de la matriz como la factorización inversa al mismo tiempo. Este método utiliza la fórmula de Sherman-Morrison y durante el cálculo los factores directos e inversos influyen uno en el cálculo del otro, lo que permite equilibrar los factores utilizando estrategias de eliminación de elementos basadas en ambos factores lo que ayuda a controlar el condicionamiento de los factores. En el trabajo se estudia cómo utilizar estas estrategias para actualizar el precondicionador.

## Construcción de códigos convolucionales periódicos desde el punto de vista de sistemas lineales

Joan-Josep Climent[1], Victoria Herranz[2], Carmen Perea[2], Virtudes Tomás[1]

[1] Departament de Ciència de la Computació i Intel·ligència Artificial, Universitat d'Alacant, Apartat de correus 99, E-03080 Alacant, Spain.
[2] Centro de Investigación Operativa, Departamento de Estadística, Matemáticas e Informática, Universidad Miguel Hernández, Avenida de la Universidad s/n, E-03202 Elche, Spain.

### Resumen

Los códigos convolucionales son un tipo particular de códigos correctores de errores que pueden representarse mediante sistemas lineales discretos sobre un cuerpo finito. Los códigos convolucionales son ampliamente utilizados en la práctica, en la transmisión de datos por radio, telefonía móvil, así como, en la transmisión de imágenes vía satélite. En este trabajo presentamos la construcción de un $(n, k, \delta)$ código convolucional variante periódico, de periodo $\tau > 1$ dado, utilizando para ello su representación entrada-estado-salida. Dicho código es controlable y observable. Además, introducimos condiciones de minimalidad y estudiamos propiedades de dichos códigos a través del correspondiente código convolucional invariante equivalente. Finalmente, para algunos casos particulares, presentamos cotas inferiores de la distancia libre.

---

## Linearizations of singular matrix polynomials and the recovery of minimal indices

Fernando de Terán[1], Froilán M. Dopico[1], D. Steven Mackey[2]

[1]Universidad Carlos III de Madrid, [2]Western Michigan University

### Abstract

The use of linearizations is a well-established tool for both the theoretical and computational investigation of the properties of matrix polynomials. However, almost all analyses of the relationships between a polynomial $P(\lambda)$ and its linearizations have been restricted to the case where $P$ is regular, i.e. when $\det P(\lambda) \neq 0$. By contrast this talk will focus on $n \times n$ *singular* polynomials $P(\lambda)$, with $\det P(\lambda) \equiv 0$. We begin by examining a variety of pencils associated with $P$ that generalize the well-known (Frobenius) companion linearizations: pencils introduced by Antoniou and Vologiannidis in [1], as well as the vector spaces $\mathbb{L}_1(P)$ and $\mathbb{L}_2(P)$ introduced by Mackey, Mackey, Mehl and Mehrmann in [2]. Which, if any, of these pencils are still linearizations when $P$ is singular?

The second issue addressed in this talk is the relationship between the *minimal indices* of a singular polynomial $P$ and those of its various linearizations $L$. Can the minimal indices of $P$ be recovered from the minimal indices of $L$ in a systematic and uniform way? We consider this question for all the linearizations discussed earlier, and show how the answer depends on the particular linearization chosen.

# References

[1] E. N. Antoniou and S. Vologiannidis. A new family of companion forms of polynomial matrices. *Electr. Journ. Lin. Alg.*, 11:78–87, 2004.

[2] D. S. Mackey, N. Mackey, C. Mehl, and V. Mehrmann. Vector spaces of linearizations for matrix polynomials. *SIAM Matrix Anal. Appl.*, 28(4):971–1004, 2006.

---

## Bimodal piecewise linear systems. Reduced forms

Josep Ferrer, M. Dolors Magret, Marta Peña

Departament de Matemàtica Aplicada I, ETSEIB,
Universitat Politècnica de Catalunya

### Abstract

Piecewise linear systems constitute a class of non-linear systems having a rich dynamical behavior, far from a trivial one. The origin of such systems can be found in the work of A. A. Andronov (*theory of oscillations*). Recently they have attracted the interest of researchers because of their interesting properties and the wide range of applications from which they arise. See, for example, the papers published by E. Freire *et al.*. Different authors have used canonical forms when studying these systems, mostly in the case where the system is observable.

In this work, we focus on bimodal systems (those consisting of two linear dynamics on each side of a given hyperplane) depending on two or three state variables, which are the most common piecewise linear systems found in practice. A canonical form is derived with no further assumption on the system, such as observability, by means of a geometric approach.

Using Arnold's techniques, a characterization of (orthogonal) miniversal deformations of the set of matrices defining a bimodal linear system is obtained, with regard to the natural equivalence relation defined by basis changes of the state variables preserving the given hyperplane. The starting point is that this equivalence relation can be identified with the orbit of this set of matrices under a suitable Lie group action. In particular, the dimension of the orbits may be deduced.

---

## Strictly sign-regular linear programming problems

Marta García Esnaola, Juan Manuel Peña

Universidad de Zaragoza

### Abstract

An $m \times n$ $(m \leq n)$ matrix $A$ is called strictly sign-regular (SSR), if all $k \times k$ minors of $A$ have the same sign $\varepsilon_k$, for all $k$ with $1 \leq k \leq m$. These matrices appear in many applications, for instance, in approximation theory and computer aided geometric design. We present a dual simplex method for solving linear programming problems associated to strictly sign-regular matrices. This method present nice stability properties.

---

## Lipschitz stability of controlled invariant subspaces

Juan-Miguel Gracia, Francisco E. Velasco

Department of Applied Mathematics and Statistics, The University of the Basque Country, Faculty of Pharmacy, P.O. Box 450, E-01080 Vitoria-Gasteiz, Spain

### Abstract

Let $(A, B) \in \mathbb{C}^{n\times n} \times \mathbb{C}^{n\times m}$ and $\mathcal{M}$ be an $(A, B)-$invariant subspace. In this paper the following results are presented: (i) If $\mathcal{M} \cap \mathrm{Im}\ B = \{0\}$, necessary and sufficient conditions for the Lipschitz stability of the subspace $\mathcal{M}$ are given. (ii) If $\mathcal{M}$ contains the controllability subspace of the pair $(A, B)$, sufficient conditions for the Lipschitz stability of the subspace $\mathcal{M}$ are obtained.
*AMS classification:* 93B10, 15A60.
*Keywords:* Controlled invariant subspace; Lipschitz stability.

---

# Condiciones necesarias para el problema espectral inverso no negativo

Carlos Marijuán y Miriam Pisonero

Dpto. Matemática Aplicada, Universidad de Valladolid, España

## Resumen

El problema espectral inverso no negativo (NIEP) consiste en, dada una familia de $n$ números complejos $\sigma = \{\lambda_1, \ldots, \lambda_n\}$ encontrar condiciones necesarias y suficientes para la existencia de una matriz $A$ no negativa de orden $n$ con espectro $\sigma$. Si $\sum_{1=i}^{n} \lambda_i \geq 0$, las condiciones necesarias conocidas se reducen a las condiciones de Johnson-Loewy-London [2,3] y a las condiciones de Holtz conocidas como desigualdades de Newton [1].

Los coeficientes del polinomio característico de la matriz $A$ están estrechamente relacionados con la estructura cíclica del digrafo pesado con matriz de adyacencia $A$. Nosotros pensamos que un adecuado conocimiento de la estructura cíclica de un digrafo puede proporcionar recursos y nuevas herramientas para el estudio de estos problemas y es por lo que proponemos la reconstrucción de matrices no negativas (o digrafos pesados) a partir de los coeficientes del polinomio característico. De modo que nuestro NIEP es:

Dados $n$ números reales $k_1, k_2, \ldots, k_n$ hallar condiciones necesarias y suficientes para la existencia de una matriz no negativa (un digrafo pesado) de orden $n$ cuyo polinomio característico sea $x^n + k_1 x^{n-1} + k_2 x^{n-2} + \cdots + k_n$.

En esta comunicación se resuelve el NIEP desde los coeficientes del polinomio característico para los casos $n = 2$ y $n = 3$ y se dan las siguientes condiciones necesarias para el caso general: Si $P(x) = x^n + k_1 x^{n-1} + \cdots + k_n$ es el polinomio característico de una matriz no negativa de orden $n \geq 3$, entonces:

a) $k_1 \leq 0$;

b) $k_2 \leq \frac{n-1}{2n} k_1^2$;

c) $$k_3 \leq \begin{cases} \frac{n-2}{n}\left(k_1 k_2 + \frac{n-1}{3n}\left(\left(k_1^2 - \frac{2nk_2}{n-1}\right)^{\frac{3}{2}} - k_1^3\right)\right) & \text{si } \frac{(n-1)(n-4)}{2(n-2)^2} k_1^2 < k_2, \\ k_1 k_2 - \frac{(n-1)(n-3)}{3(n-2)^2} k_1^3 & \text{si } k_2 \leq \frac{(n-1)(n-4)}{2(n-2)^2} k_1^2. \end{cases}$$

Además, dados $k_1$, $k_2$ y $k_3$ verificando a), b) y c), existe una matriz no negativa de orden $n$ cuyo polinomio característico es de la forma $x^n + k_1 x^{n-1} + k_2 x^{n-2} + k_3 x^{n-3} + Q(x)$, con $grad(Q(x)) \leq n-4$.

Estas nuevas condiciones son independientes de las dadas por Johnson-Loewy-London y por Holtz.

# Referencias

[1] O. Holtz, M-matrices satisfy Newton's inequalities, *Proc. Amer. Math. Soc.* 133 (2005) n.3 711-717.

[2] C. R. Johnson, Row stochastic matrices similar to doubly stochastic matrices, *Linear and Multilinear Algebra* 10 (1981) 113-130.

[3] R. Loewy, D. London, A note on the inverse eigenvalue problems for nonnegative matrices, *Linear and Multilinear Algebra* 6 (1978) 83-90.

[4] J. Torre-Mayo, M.R. Abril-Raymundo, E. Alarcia-Estévez, C. Marijuán and M. Pisonero, The nonnegative inverse eigenvalue problem from the coefficients of the characteristic polynomial. EBL digraphs. *Linear Algebra Appl.* 426 (2007) 729-773.

## El problema espectral inverso no negativo para matrices con traza cero

CARLOS MARIJUÁN LÓPEZ Y MIRIAM PISONERO PÉREZ

Departamento de Matemática Aplicada, Universidad de Valladolid, España.

### Resumen

Los problemas espectrales inversos no negativos habitualmente tratan de reconstruir matrices no negativas a partir del espectro. Otro punto de vista, muy poco tratado en la literatura y que será el nuestro, consiste en reconstruir matrices no negativas a partir de los coeficientes del polinomio característico. Así, mirar a las matrices no negativas como matrices de adyacencia de digrafos pesados nos lleva al teorema de los coeficientes. Este teorema permite obtener los coeficientes del polinomio característico a partir del conocimiento de la estructura cíclica del digrafo y será una de nuestras principales herramientas.

Caracterizamos los polinomios característicos de las matrices no negativas con traza cero y damos realizaciones matriciales y digráficas. Finalmente, usando las identidades de Newton relacionamos este resultado con los ya conocidos de Reams en 1996 y de Laffey-Meehan en 1999 para matrices de tamaños 4 y 5.

Este trabajo está basado en el siguiente artículo:
J. Torre-Mayo, M.R. Abril-Raymundo, E. Alarcia-Estévez, C. Marijuán and M. Pisonero. The nonnegative inverse eigenvalue problem from the coefficients of the characteristic polynomial. EBL digraphs. *Linear Algebra Appl.*, 426 (2007) 729–773.

---

## Sobre el análisis matemático de Redes Sociales en Internet. El caso de Myspace

FRANCISCO PEDROCHE

Institut de Matemàtica Multidisciplinària, Universitat Politècnica de València.
Camí de Vera s/n. 46022, València. Spain.

.

### Resumen

En esta comunicación se lleva a cabo una breve revisión histórica del concepto de red social en Internet (Social Network Site) y se propone un modelo preliminar para el modelado matemático de la red social Myspace.

# Referencias

[1] D. M. Boyd and N. B. Ellison. Social Network Sites: Definitions, History, and Scholarship. *Journal of Computer-Mediated Communication. 13 (2008) 210-230.*

[2] A. N. Langville y C. D. Meyer. Deeper inside PageRank. *Internet Mathematics, Vol. 1(3):335-380. 2005.*

[3] L. Page, S. Brin, R. Motwani y T. Winograd. The PageRank Citation Ranking: Bringing Order to the Web. Stanford Digital Library Technologies Project. 1999.
Accesible en http://dbpubs.stanford.edu:8090/pub/1999-66.

[4] Pedroche, F. Métodos de cálculo del vector PageRank. *Bol. Soc. Esp. Mat. Apl.*, vol. 39, pp. 7-30, 2007.

[5] M. Thelwall. Social Networks, Gender and Friending: An Analysis of MySpace Member Profiles. *Journal of the American Society for Information Science and Technology (en prensa).*

---

# Caracterización y representación de una clase de matrices perturbadas en el contexto de la inversa de Drazin [5]

Juan Robles, José Ygnacio Vélez-Cerrada

Facultad de Informática, Universidad Politécnica de Madrid

## Resumen

Dada una matriz $A \in \mathbb{C}^{n\times n}$, definimos el *índice* de $A$, $\mathrm{ind}(A)$, como el más pequeño entero positivo $k$ tal que $\mathrm{rango}(A^k) = \mathrm{rango}(A^{k+1})$, y la *inversa de Drazin* de $A$ como la única matriz $A^D \in \mathbb{C}^{n\times n}$ tal que $A^D A A^D = A^D$, $AA^D = A^D A$ y $A^{k+1}A^D = A^k$. Para el caso $\mathrm{ind}(A) = 1$, la inversa de Drazin se llama la *inversa de grupo* de $A$ y se denota por $A^\sharp$. La *proyección espectral de $A$ correspondiente al autovalor* 0 es la única matriz idempotente $A^\pi$ tal que $\mathcal{R}(A^\pi) = \mathcal{N}\left(A^k\right)$ y $\mathcal{N}(A^\pi) = \mathcal{R}(A^k)$, donde $\mathcal{N}(\cdot)$ y $\mathcal{R}(\cdot)$ denotan el núcleo e imagen de una matriz, respectivamente. La inversa de Drazin tiene importantes aplicaciones, entre las que se encuentra la resolución de sistemas lineales de ecuaciones diferenciales y ecuaciones lineales en diferencias [4].

En [1], Campbell y Meyer establecieron que si $A_j$ converge a $A$, entonces $A_j^D$ converge a $A^D$ si y sólo si $\mathrm{rank}\, A_j^{k_j} = \mathrm{rank}\, A^k$, para todo $j \geq j_0$, donde $k_j = \mathrm{ind}(A_j)$. En este contexto, el problema de perturbación, que aún es un problema abierto, consiste en caracterizar, representar y obtener expresiones explícitas de la inversa de Drazin de las matrices $B$ que verifican la siguiente condición:

$$\mathrm{rank}\, A^k = \mathrm{rank}\, B^s, \text{ con } s = \mathrm{ind}(B). \tag{1}$$

En este trabajo se estudia la clase de matrices $B$ que verifican las siguientes condiciones geométricas, para algún entero positivo $s$:

$$(\mathcal{A}_s) \qquad \mathcal{R}(B^s) \cap \mathcal{N}\left(A^{\mathrm{D}}\right) = \{0\},\ \mathcal{R}(A^{\mathrm{D}}) \cap \mathcal{N}\left(A^{\mathrm{D}}B\right) = \{0\} \text{ y } \mathcal{R}(BA^{\mathrm{D}}) = \mathcal{R}(B^s).$$

Observamos que si $B \in (\mathcal{A}_s)$ con $\mathrm{ind}(B) = s$, entonces $B$ verifica la condición (1).

La clase $(\mathcal{A}_s)$ contiene la clase de matrices $B$, estudiada en [5], que satisfacen las siguientes condiciones:

$$\|A^{\mathrm{D}}(B - A)\| < 1,\ \mathcal{R}(BA^{\mathrm{D}}) \subseteq \mathcal{N}\left(BA^\pi\right) \text{ y } \mathrm{rank}\, B^s = \mathrm{rank}\, A^{\mathrm{D}},$$

donde $s$ es el menor entero positivo de entre los que verifican la tercera condición anterior.

Hacemos notar que para el caso $s = 1$ la clase $(\mathcal{A}_1)$, estudiada en [3], puede ser expresada como:

$$(\mathcal{A}_1) \qquad \mathcal{R}(B) \cap \mathcal{N}\left(A^D\right) = \{0\} \quad \text{y} \quad \mathcal{N}(B) \cap \mathcal{R}(A^D) = \{0\}.$$

El problema de perturbación de la inversa de grupo es un caso de especial interés debido a su aplicación al estudio de la estabilidad de la cadenas de Markov [2, 6]. En este contexto, probamos que si $\mathcal{C}$ es una cadena de Markov ergódica con matriz de transición $T$ y $\widetilde{\mathcal{C}}$ es una cadena ergódica perturbada, siendo $\widetilde{T}$ su matriz de transición, entonces $I - \widetilde{T} \in (\mathcal{A}_1)$, (ver [6]).

En este trabajo se caracteriza y representa la clase de matrices perturbadas $(\mathcal{A}_s)$. La caracterización se realiza utilizando condiciones algebraicas, condiciones sobre el rango de ciertas matrices y una representación matricial por bloques de la matriz perturbada. Para la clase $(\mathcal{A}_1)$, en [3] se da una cota del error relativo $\|B^\sharp - A^{\mathrm{D}}\|/\|A^{\mathrm{D}}\|$. Para la clase de matrices perturbadas $(\mathcal{A}_s)$, en [7] se obtienen expresiones explícitas de la inversa de Drazin y proyección espectral, así mismo se dan cotas del error relativo $\|B^{\mathrm{D}} - A^{\mathrm{D}}\|/\|A^{\mathrm{D}}\|$ y $\|B^\pi - A^\pi\|$. Con todo lo anterior, se generalizan los resultados obtenidos en [5] y en [6, Teoremas 3.1 y 4.1].

*Keywords*: inversa de Drazin, proyección espectral, perturbación.

# Referencias

[1] S. L. Campbell and C. D. Meyer, Jr., *Continuity properties of the Drazin Pseudoinverse*, Linear Algebra Appl., 10 (1975), pp. 77–83.

[2] S. L. Campbell and C. D. Meyer, *Generalized Inverses of Linear Transformations*, Dover, New York, 1991. (Originally published: Pitman, London, 1979.)

[5] Trabajo financiado por el Proyecto MTM2007-67232, "Ministerio de Educación y Ciencia".

[3] N. Castro-González, J. Robles, and J. Y. Vélez-Cerrada, *Characterizations of a class of matrices and perturbation of the Drazin inverse*, SIAM J. Matrix Anal. Appl., preprint.

[4] M. Eiermann, I. Marek, and W. Niethammer, *On the solution of singular linear equations by semi-iterative equations*, Numer. Math., 53 (1988), pp. 265–283.

[5] X. Li and Y. Wei, *An expression of the Drazin inverse of a perturbed matrix* , Appl. Math. Comput, 153 (2004), pp. 187–198.

[6] C. D. Meyer, *The condition of a finite Markov chains and perturbation bounds for the limiting probabilities*, SIAM J. Alg. Disc. Math., 1 (3), (1980), pp. 273–283.

[7] J. Y. Vélez-Cerrada y J. Robles, *Cotas de error de la inversa de Drazin de una matriz perturbada*, Encuentro de Álgebra Lineal, Análisis Matricial y Aplicaciones ALAMA2008.

---

## Cotas de error de la inversa de Drazin de una matriz perturbada [6]

José Ygnacio Vélez-Cerrada, Juan Robles

Facultad de Informática, Universidad Politécnica de Madrid

### Resumen

Dada una matriz $A \in \mathbb{C}^{n\times n}$, definimos el *índice de Drazin* de $A$, $\mathrm{ind}(A)$, como el más pequeño entero positivo tal que $\mathrm{rango}(A^{\mathrm{ind}(A)}) = \mathrm{rango}(A^{\mathrm{ind}(A)+1})$, y la *inversa de Drazin* de $A$ como la única matriz $A^{\mathrm{D}} \in \mathbb{C}^{n\times n}$ tal que $A^{\mathrm{D}}AA^{\mathrm{D}} = A^{\mathrm{D}}$, $AA^{\mathrm{D}} = A^{\mathrm{D}}A$ y $A^{\mathrm{ind}(A)+1}A^{\mathrm{D}} = A^{\mathrm{ind}(A)}$. La *proyección espectral de $A$ correspondiente al autovalor* 0 es la única matriz idempotente $A^{\pi}$ tal que $\mathcal{R}(A^{\pi}) = \mathcal{N}\left(A^{\mathrm{ind}(A)}\right)$ y $\mathcal{N}(A^{\pi}) = \mathcal{R}(A^{\mathrm{ind}(A)})$, donde $\mathcal{N}(A)$ y $\mathcal{R}(A)$ denotan el núcleo e imagen de $A$, respectivamente. Esta inversa generalizada tiene variadas e importantes aplicaciones en la resolución de sistemas lineales de ecuaciones diferenciales y ecuaciones lineales en diferencias [4], en criptografía [5], en la teoría del control óptimo y en las cadenas de Markov [2], pero presenta el problema que es inestable respecto a perturbaciones, esto es, dada una matriz $A$ y una perturbación suya $B$ tal que $A \longrightarrow B$, no siempre se tiene que $A^{\mathrm{D}} \longrightarrow B^{\mathrm{D}}$. En [1], S. L. Campbell y C. D. Meyer, establecieron una condición necesaria y suficiente para la continuidad de la inversa de Drazin. Sin embargo, la obtención de cotas explícitas generales de la perturbación de la inversa de Drazin es un problema complejo y aún abierto.

En esta comunicación, dada una matriz $A$, consideramos la clase de las matrices perturbadas $B \in \mathbb{C}^{n\times n}$ dada por las condiciones geométricas

$$\mathcal{R}(BA^{\mathrm{D}}) \cap \mathcal{N}\left(A^{\mathrm{D}}\right) = \{0\},\ \mathcal{N}\left(A^{\mathrm{D}}B\right) \cap \mathcal{R}(A^{\mathrm{D}}) = \{0\} \quad \text{y} \quad \mathcal{R}(B^{\mathrm{ind}(B)}) = \mathcal{R}(BA^{\mathrm{D}}).$$

Para esta clase de matrices, estudiada en [6], damos expresiones explícitas de $B^{\mathrm{D}}$ y $B^{\pi}$, y de estas derivamos cotas superiores de $\frac{\|B^{\mathrm{D}}-A^{\mathrm{D}}\|}{\|A^{\mathrm{D}}\|}$ y $\|B^{\pi} - A^{\pi}\|$. En un ejemplo numérico vemos que las cotas obtenidas son mejores que otras dadas en la literatura [3, 7, 8].

## Referencias

[1] S. L. Campbell and C. D. Meyer, Jr., *Continuity properties of the Drazin Pseudoinverse*, Linear Algebra Appl., 10 (1975), pp. 77–83.

[2] S. L. Campbell and C. D. Meyer, *Generalized Inverses of Linear Transformations*, Dover, New York, 1991. (Originally published: Pitman, London, 1979.)

[3] N. Castro-González, J. Robles, and J. Y. Vélez-Cerrada, *Characterizations of a class of matrices and perturbation of the Drazin inverse*, SIAM J. Matrix Anal. Appl., preprint.

[4] M. Eiermann, I. Marek, and W. Niethammer, *On the solution of singular linear equations by semi-iterative equations*, Numer. Math., 53 (1988), pp. 265–283.

[5] R. E. Hartwig and J. Levine, *Applications of the Drazin Inverse to the Hill Cryptographic System*, Part III, Cryptologia, 1981, vol. 5, pp. 67–77.

[6] Trabajo financiado por el Proyecto MTM2007-67232, Ministerio de Educación y Ciencia.

[6] J. Robles y J. Y. Vélez-Cerrada, *Caracterización y representación de una clase de matrices perturbadas en el contexto de la inversa de Drazin*, Encuentro de Álgebra Lineal, Análisis Matricial y Aplicaciones ALAMA2008. Vitoria-Gasteiz, 25 y 26 de septiembre de 2008.

[7] Y. Wei and X. Li, *An improvement on the perturbation bounds of the Drazin inverse* , Numer. Linear Algebra Appl., 10 (2003), pp. 563–575.

[8] Y. Wei, X. Li, and F. Bu, *A perturbation bound of the Drazin inverse of a matrix by separation of simple invariant subspaces* , SIAM J. Matrix Anal. Appl., 27, 1 (2005), pp. 72–81.

---

## Pencils with prescribed constant subpencils II

Alicia Roca[1], Fernando C. Silva[2]

[1]IMM, Universidad Politécnica de Valencia. 46022 Valencia.
[2]CELC, Faculdade de Ciências, Lisboa.

### Abstract

Given an arbitrary matrix pencil, we obtain explicit necessary and sufficient conditions for the existence of a pencil strictly equivalent to it with a prescribed constant subpencil, for arbitrary fields.

---

## On a partial realization problem

Ion Zaballa

Departamento de Matemática Aplicada y EIO,
Universidad del Pais Vasco, Adpo. 644, Bilbao 48080, Spain

### Abstract

As pointed out by R. Brocket, [2], there are two types of partial realization problems. The first problem is the classical one and calls for characterizing the systems $(A, B, C)$ of minimal order realizing a given finite sequence of matrices $(L_1, \dots, L_r)$; i.e., such that

$$L_i = CA^{i-1}B, \quad i = 1, \dots, r.$$

The second problem is to characterize, for a given $r$, the set of sequences $(L_1, \dots, L_r)$ which are realizable by some system of minimal order. Here characterization means to give necessary and sufficient conditions for the correspondig set not to be empty and to study its geometry; i.e., how the solutions are distributed in the corresponding matrix space.

The generalization of the first problem has been recently solved, [1] and Brocket himself, [2], and Manthey *et al.*, [3], solved the second problem for the case when all matrices $L_i$ are $1 \times 1$, i. e., scalar sequences.

A particular case of the second problem is the following one that can be seen as a first step toward a complete solution: Characterize the set of sequences of $n \times m$ matrices $(X_1, \dots, X_n)$ for which there is a controllable pair $(A, B)$ such that $X_i = A^{i-1}B$. This presentation is devoted to provide a general solution for this problem and a generalization.

# References

[1] I. Baragaña, F. Puerta, X. Puerta, I. Zaballa, On the geometry of the generalized partial realization problem. Draft.

[2] R. W. Brockett. The geometry of the partial realization problem. *Proceedings of the 17th IEEE Conference on Decision and Control.* San Diego, CA, 1978, 1048-1052.

[3] W. Manthey, U. Helmke, D. Hinrichsen. Topological aspects of the Partial Realization Problem. *Math. Control Signal Systems*, 5, 1992, 117-149.

---

Sesión especial sobre aplicaciones. 15:45-16:30. Día 26 de septiembre, viernes

## Gestión y conservación de la fauna

Benjamín Gómez Moliner[1], Juan-Miguel Gracia[2]

Universidad del País Vasco
[1]Depto. de Zoología y Biología Celular Animal
[2]Depto. de Matemática Aplicada y Estadística

### Resumen

Modelos de recurrencias de evolución de la población de atunes en el Océano Atlántico, de acuerdo con los datos facilitados por la ICCAT (Comisión Internacional para la Conservación del Atún Atlántico), permiten determinar la extinción de la pesquería de esta especie, según la tasa actual de extracción pesquera, $\alpha$. Interesa hallar los valores críticos de la tasa $\alpha$ que separan la extinción del recurso pesquero, de la explotación sostenible para un periodo de 80 años. Además, se procede a analizar la evolución de la pesquería del atún a medio plazo (número y peso de ejemplares que se pescarían) variando la tasa $\alpha$.

---

## Matemáticas para proteger los aviones contra el impacto de rayos

Enrique Pascual

Departamento de Electromagnetismo Computacional, EADS-CASA, Getafe, España.

### Resumen

Mi intervención estará relacionada con la seguridad aeronáutica y en particular con la protección de los aviones contra el impacto de rayos cuando vuelan en tormentas. Para el diseño de las protecciones se emplean herramientas de simulación electromagnéticas que consisten básicamente en la resolución de enormes sistemas de ecuaciones en derivadas parciales de variable compleja.

# Índice de autores/Index of authors