

## Probabilitateari buruzko ariketen emaitzak

1.-  $p(2 \text{ aurpegi}) = \frac{1}{4}$  eta  $p(\text{aurpegi eta gurutze bana}) = \frac{1}{2}$

2.-(a)  $p(\text{kolore berekoak}) = \frac{1}{3}$  eta  $p(\text{kolore desbedinekoak}) = \frac{2}{3}$

2.-(b)  $x$  bola gorri sartzen badugu,

$$p(\text{kolore berekoak}) = p(\text{kolore desbedinekoak}) = \frac{1}{2} \iff$$

$$\frac{C_3^2 + C_x^2}{C_{3+x}^2} = \frac{3x}{C_{3+x}^2} = \frac{1}{2} \iff x^2 - 7x + 6 = 0 \iff x = 1 \vee x = 6$$

4.-(a) Lehen bola kokatzeko 4 aukera dago; lehen bola kokatu ondoren, 2. bola kokatzeko beste lau aukera (guztira 16 aukera aurreneko bi bolak kokatzeko); lehenengo biak kokatu ondoren, 3. bola kokatzeko lau aukera;...; guztira, bost bola desberdin ditugunez,  $4^5$  aukera edo  $VR_4^5 = 4^5$

4.-(b) Bola guztiak ontzi berean kokatzeko: 4 aukera; ontzi batean bola bat eta beste lauak beste ontzi batean kokatzeko: 12 aukera ( $2C_4^2 = V_4^2 = 12$ ); ontzi batean bi bola eta beste hirurak beste ontzi batean kokatzeko: 12 aukera; ontzi batean bola bat, beste batean beste bat eta beste hiru bolak hirugarren ontzi batean kokatzeko: 12 aukera ( $2C_4^2 = 12$ ); ontzi batean 2 bola, beste batean beste bi eta geratzen dena hirugarren ontzi batean kokatzeko: 12 aukera eta ontzi guztiak erabiltzen badira (1,1,1 eta 2 kokatuz): 4 aukera. Guztira 56 aukera edo  $CR_4^5 = 56$

5.- Hiru dadorekin,  $p(12\text{ko batura}) = \frac{25}{VR_6^3} = \frac{25}{216}$

Lau dadorekin,  $p(6\text{ko bat ere ez}) = \frac{VR_5^4}{VR_6^4} = \frac{625}{1296} \simeq 0,4823$  eta beraz,

$p(\text{gutxienez 6ko bat}) = 1 - \frac{625}{1296} \simeq 0,5177$

6.-

$$p(A) = \begin{cases} p(ggb) + p(gbg) + p(bgg) = 3 \times \frac{7}{12} \times \frac{6}{11} \times \frac{5}{10} = \frac{21}{44}, & (\text{bata bestearen atzetik}) \\ \frac{5C_7^2}{C_{12}^3} = \frac{21}{44}, & (\text{hirurak batera}) \end{cases}$$

$$p(B) = \begin{cases} p(bbg) + p(bgb) + p(gbb) = 3 \times \frac{5}{12} \times \frac{4}{11} \times \frac{7}{10} = \frac{7}{22}, & (\text{bata bestearen atzetik}) \\ \frac{7C_5^2}{C_{12}^3} = \frac{7}{22}, & (\text{hirurak batera}) \end{cases}$$

**7.-** Izan bitez,

$A_1 \equiv$  Lehenengo biak gorriak;  $A_2 \equiv$  Lehenengo bietatik gorri bat;  
 $A_3 \equiv$  Lehenengo biak gorriak ez eta  $B \equiv 3$ . bola gorria. Orduan,

$$\begin{aligned} p(B) &= p(A_1)p(B|A_1) + p(A_2)p(B|A_2) + p(A_3)p(B|A_3) \\ &= \frac{3}{55} \times \frac{1}{9} + \frac{24}{55} \times \frac{2}{9} + \frac{28}{55} \times \frac{3}{9} = \frac{3}{11} \end{aligned}$$

**8.-** Izan bitez,

$H_1 \equiv$  B-tik A-ra bi bola gorri;  $H_2 \equiv$  zuri bat eta gorri bat;  $H_3 \equiv$  biak zuriak;  
 $K_1 \equiv$  A-tik bi bola gorri eta  $K_2 \equiv$  A-tik bi bola zuri. Orduan,

$$\begin{aligned} p(K_1) &= p(H_1)p(K_1|H_1) + p(H_2)p(K_1|H_2) + p(H_3)p(K_1|H_3) \\ &= \frac{2}{9} \times \frac{5}{18} + \frac{5}{9} \times \frac{1}{6} + \frac{2}{9} \times \frac{1}{12} = \frac{14}{81} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p(K_2) &= p(H_1)p(K_2|H_1) + p(H_2)p(K_2|H_2) + p(H_3)p(K_2|H_3) \\ &= \frac{2}{9} \times \frac{1}{6} + \frac{5}{9} \times \frac{5}{18} + \frac{2}{9} \times \frac{5}{12} = \frac{23}{81} \end{aligned}$$

Orduan,

$$p(\text{kolore bereko bolak}) = p(K_1) + p(K_2) = \frac{37}{81}$$

Bukatzeko,

$$p(H_1|K_1) = \frac{p(H_1)p(K_1|H_1)}{p(K_1)} = \frac{\frac{2}{9} \times \frac{5}{18}}{\frac{14}{81}} = \frac{5}{14}$$

**9.-** Izan bitez,

$A_1 \equiv$  sugeak pozoitsuak;  $A_2 \equiv$  bata pozoitsua eta bestea ez;  
 $A_3 \equiv$  biak pozoigabeak eta  $B \equiv$  bizirik ateratzea. Orduan,

$$\begin{aligned} p(B) &= p(A_1)p(B|A_1) + p(A_2)p(B|A_2) + p(A_3)p(B|A_3) \\ &= \frac{1}{15} \times 0,7^2 + \frac{8}{15} \times 0,7 + \frac{2}{5} \times 1 = \frac{403}{500} \simeq 0,806 \end{aligned}$$

**10.-** Izan bitez,

$A_1 \equiv$  Langabezian egotea;  $A_2 \equiv$  Lana izatea eta  
 $G \equiv$  gizonetza izatea. Orduan,

$$p(G) = p(A_1)p(G|A_1) + p(A_2)p(G|A_2) = 0,15 \times 0,4 + 0,85 \times 0,55 = 0,5275$$

$$\text{Eta beraz, } p(A_1|G) = \frac{p(A_1)p(G|A_1)}{p(G)} = \frac{0,15 \times 0,4}{0,5275} \simeq 0,1137$$

**11.-** Izan bitez,

$A_1 \equiv$  Macijauskas eta Calderon;  $A_2 \equiv$  Macijauskas eta Prigioni;

$A_3 \equiv$  Calderon eta Prigioni eta  $B \equiv$  gutxienez saskiraketa bat. Orduan,

$$\begin{aligned} p(B) &= p(A_1)p(B|A_1) + p(A_2)p(B|A_2) + p(A_3)p(B|A_3) \\ &= \frac{1}{3} \times 0,99 + \frac{1}{3} \times 0,9925 + \frac{1}{3} \times 0,97 \simeq 0,9842 \end{aligned}$$

$$\text{Eta, } p(A_3|\bar{B}) = \frac{p(A_3)p(\bar{B}|A_3)}{p(\bar{B})} = \frac{\frac{1}{3} \times 0,03}{0,0158} \simeq 0,6316$$

**3.-** Txanpon bat 12 aldiz botata, izan bedi  $X$  aldagaia aurpegi kopurua (arrakasta kopurua) neurtzen duena. Argi dago,  $X$  aldagaiaren banaketa,  $Bin(12, 1/2)$  banaketa binomiala dela eta orduan,

$$p(X \geq 8) = \sum_{r=8}^{12} p(X=r) = \sum_{r=8}^{12} \binom{12}{r} \left(\frac{1}{2}\right)^r \left(\frac{1}{2}\right)^{12-r} = \frac{397}{2048} \simeq 0,1938$$

Eta txanpona 60 aldiz botata,  $X$  aldagaiaren banaketa  $Bin(60, 1/2)$  banaketa binomiala izango denez eta Derive erabiliz,

$$p(X \geq 40) = \sum_{r=40}^{60} p(X=r) = \sum_{r=40}^{60} \binom{60}{r} \left(\frac{1}{2}\right)^r \left(\frac{1}{2}\right)^{60-r} \simeq 0,006745$$

Bestela,  $Bin(60, 1/2)$  eta  $N(30, \sqrt{15})$  antzekoak direla kontuan harturik,

$$p(X \geq 40) \simeq p(X \geq 39,5) = p\left(Z \geq \frac{39,5 - 30}{\sqrt{15}}\right) \simeq p(Z \geq 2,45) \simeq 0,00714$$