Zorizko aldagaiak. Ariketen emaitzak

1.-(a) X aldagaiaren balio posibleak: 0, 1, 2, eta 3 dira. X aldagaiak 0 balioa hartzeko, $4\,C_5^2\,P_3 = 240$ aldeko kasu dago; 1 balioa hartzeko, $4[3\,C_5^2\,C_3^2 + 3\,C_5^3 \times 2] = 600$ aldeko kasu; 2 baliorako, $C_4^2[2\times 5 + 2\,C_5^2] = 180$ eta 3 balioa hartzeko, 4 aldeko kasu.
$VR_4^5 = 4^5 = 1024$ kasu posible ditugunez, X aldagaiaren probabilitate-banaketa hauxe izango da:

$$p(X=0) = \frac{15}{64};\ p(X=1) = \frac{75}{128};\ p(X=2) = \frac{45}{256} \text{ eta } p(X=3) = \frac{1}{256}$$

X aldagaiaren batezbestekoa,

$$\mu_X = \sum_{i=0}^{3} i\,p(X=i) = 0\times\frac{15}{64} + 1\times\frac{75}{128} + 2\times\frac{45}{256} + 3\times\frac{1}{256} = \frac{243}{256} \simeq 0{,}9492$$

1.-(b) Y aldagaiaren balio posibleak: 1, 2, 3, 4, 5 eta 6 dira eta Y aldagaiak i balioa hartzeko, $2\,i-1;\ 1 \le i \le 6,$ aldeko kasu dago. Beraz, Y aldagaiaren probabilitate-banaketa hauxe izango da:

$$p(X=i) = \frac{2\,i-1}{36};\quad 1 \le i \le 6$$

eta batezbestekoa,

$$\mu_Y = \sum_{i=1}^{6} i\,p(X=i) = \sum_{i=1}^{6} i\,\frac{2\,i-1}{36} = \frac{161}{36} \simeq 4{,}4722$$

2.- X aldagaiak neska kopurua neurtzen badu, nesken kopurua $\ge$ mutilen kopurua $\Longleftrightarrow X \ge 2$ eta $p(X\ge 2) = 1 - p(X=0) - p(X=1)$

$$p(X=0) = \frac{C_{14}^4}{C_{26}^4} = \frac{77}{1150} \text{ eta } p(X=1) = \frac{12\,C_{14}^3}{C_{26}^4} = \frac{168}{575} \text{ direnez,}$$

$$p(X\ge 2) = 1 - \frac{77}{1150} - \frac{168}{575} = \frac{737}{1150} \simeq 0{,}6409$$

3.- X aldagaiak, lehen 5eko lortu arte, dadoa jaurti behar den aldi kopurua neurtzen badu, $p(X\le 4)$ kalkulatu behar da.

$p(X=i) = \frac{1}{6}\,(\frac{5}{6})^{i-1}$ denez,

$$p(X\le 4) = \sum_{i=1}^{4} p(X=i) = \sum_{i=1}^{4} \frac{1}{6}\,(\frac{5}{6})^{i-1} = \frac{671}{1296} \simeq 0{,}5177$$

4.- *Andrew Betts*-ek jaurtiketa libre bat saskiratzeko probabilitatea 0,6 koa eta *Kornel David*-ena 0,7 koa direla jakinda, izan bedi X aldagaia, 300 jaurtiketa libre egin ondoren, *Betts*-ek lortutako saskiraketa kopurua neurtzen duena eta Y aldagaia, *David*-en saskiraketa kopurua neurtzen duena.
X aldagaiaren banaketa $Bin\,(300;0{,}6)$ banaketa binomiala izango da edo, hurbilketa gisa, $N(180, 6\sqrt{2})$ eta Y aldagaiarena, $Bin\,(300;0{,}7) \simeq N(210, 3\sqrt{7})$
Orduan,

$$p(X > 193) \simeq p(Z = \frac{X-180}{6\sqrt{2}} \geq \frac{193{,}5-180}{6\sqrt{2}}) = p(Z \geq 1{,}59) \simeq 0{,}0559$$

eta,

$$p(Y < 196) \simeq p(Z = \frac{X-210}{3\sqrt{7}} \leq \frac{195{,}5-210}{3\sqrt{7}}) = p(Z \leq -1{,}83) \simeq 0{,}0336$$

5.- Lau zifrako zenbaki bat esangarria izango da, milakoen zifra $\neq 0$ bada, hau da, "$\underline{a}\ \underline{b}\ \underline{c}\ \underline{d}$", zenbakia non, $a \neq 0$ den. Orduan, 4 zifrako 9000 zenbaki posible dago eta 9ko bat ere ez dutenak, $8 \times 9^3 = 5832$ zenbaki dira. Hau dela eta, zenbaki batek, gutxienez, 9ko bat izateko probabilitatea,

$p(\text{ gutxienez 9ko bat}) = 1 - \frac{5832}{9000} = \frac{3168}{9000} = 0{,}352$ izango da.

X aldagaiak, 4 zifrako 2000 zenbaki lortu ondoren, zenbaki 9kodun kopurua neurtzen badu, dagokion banaketa, $Bin\,(2000;0{,}352) \simeq N(704, \frac{72\sqrt{55}}{25})$ izango da. Beraz,

$$p(690 \leq X \leq 710) \simeq p(\frac{689{,}5-704}{\frac{72\sqrt{55}}{25}} < Z = \frac{X-704}{\frac{72\sqrt{55}}{25}} < \frac{710{,}5-704}{\frac{72\sqrt{55}}{25}})$$
$$\simeq p(-0{,}68 < Z < 0{,}30) \simeq 0{,}3696$$

6.- X aldagaiak biztanleen altuera neurtzen badu, dagokion banaketa $N(168, 16)$ dela esaten digute. Beraz,

$$p(X \geq 180) = p(Z = \frac{X-168}{16} \geq \frac{180-168}{16}) = p(Z \geq 0{,}75) \simeq 0{,}2266$$

$$p(160 \leq X \leq 175) \simeq p(\frac{160-168}{16} \leq Z = \frac{X-168}{16} \leq \frac{175-168}{16})$$
$$\simeq p(-0{,}5 \leq Z \leq 0{,}44) \simeq 0{,}3615$$

Bukatzeko, gutxienez, 1.80 metroko altuera izateko probabilitatea (arrakastarena) 0.2266koa dela eta 5 pertsona ($n = 5$) zoriz hartzen direla jakinda, izan bedi Y aldagaia, altuera hori duten pertsona kopurua (arrakastarena), neurtzen duena. Esan daiteke Y aldagaiaren banaketa $Bin\,(5;0{,}2266)$ banaketa binomiala dela eta orduan,

$$p(Y=3)=\begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix} 0{,}2266^3\, 0{,}7734^2 \simeq 0{,}06960$$

7.- 150 plaza eta 800 ikasle interesaturik dagoenez, $(\dfrac{150}{800}=0{,}1875)$, bakarrik, ikasleen %18.75a sartuko da Farmazia ikasketak egitera, hau da, ikasle batek Farmazian sartzeko daukan probabilitatea edo, gauza bera dena, nota minimo hori baino nota handiagoa izateko probabilitatea 0.1875ekoa izango da. X aldagaia, ikasleen notak neurtzen dituena izanda, badakigu X-en banaketa, $N(6{,}8, 1{,}2)$ banaketa normala dela. Orduan, z_0, Farmazian sartzeko nota minimoa bada,

$$p(X \geq z_0)=0{,}1875 \Longleftrightarrow p(Z=\frac{X-6{,}8}{1{,}2} \geq \frac{z_0-6{,}8}{1{,}2})=0{,}1875$$

$$\Longleftrightarrow \frac{z_0-6{,}8}{1{,}2} \simeq 0{,}89 \Longleftrightarrow z_0=7{,}868$$