

## Zenbakizko Integrazioazko Ariketak

**1.-** Integrazio tartea, luzera bereko lau azpitartetan zatituta eta Trapezioen nahiz Simpsonen erregelak aplikatuz, kalkula itzazu era hurbiduan, ondoko integralak:

$$(a) \int_0^{\pi/2} [1 + e^{-x} \cos(4x)] dx \quad (b) \int_0^{\pi/2} \sin(\sqrt{x}) dx \quad (c) \int_0^{\pi/4} x \tan x dx$$

Zortzi azpitarte hartuta, egizu gauza bera ondoko integralekin:

$$(d) \int_0^1 \sin(\pi x) dx \quad (e) \int_1^2 \ln x dx$$

Aldera itzazu azken emaitza hauek, benetako balioekin.

**2.-** Erabil ezazu  $f(x) = \int_1^x \frac{1}{t} dt$  funtzioa, ln 2-ren hurbilketa bat lortzeko. Integrala era hurbilduan kalkulatzeko, 6 azpitarte hartuta, aplika ezazu Trapezioen nahiz Simpsonen erregela. Kasu bakoitzean, saia zaitez erroea ebaluatzen.

**3.-** Izan bitez ondoko integral hauek;

$$(a) \int_{-1}^1 \frac{1}{1+x^2} dx; \quad (b) \int_0^4 x^2 e^{-x} dx; \quad (c) \int_{0.25}^4 \frac{1}{\sqrt{x}} dx; \quad (d) \int_0^1 e^{-x^2} dx$$

Atal bakoitzean, zenbat azpitartetan zatitu beharko dugu integrazio tartea, Simpsonen erregela aplikatuz, hurbilketak sei zifra dezimal zehatz izan ditzan?

**4.-** Izan bitez  $T_n$  eta  $S_n$  Trapezioen eta Simpsonen erregelak ematen dituzten  $\int_a^b f(x) dx$  integralaren balio hurbilduak,  $[a, b]$  tartea luzera berbera duten  $n$  azpitartetan ( $n + 1$  puntu) zatitu denean.

Froga ezazu,

$$S_{2n} = \frac{4}{3} T_{2n} - \frac{1}{3} T_n \quad \text{dela.}$$

**5.-**  $[a, b]$  tartea,  $h = (b - a)/3$  luzerako hiru azpitartetan zatitu eta  $a, a + h, a + 2h, b$  puntuetan  $f(x)$  interpolatzen duen 3. mailako  $p_3(x)$  polinomioa hartzen denean, froga ezazu, "Newton-Cotes"-en formula ondokoa dela;

$$\int_a^b f(x) dx \simeq \frac{3h}{8} [f(a) + 3f(a+h) + 3f(a+2h) + f(b)].$$