

Integrazioari buruzko ariketen emaitzak

1.-(a) $T(1+e^{-x} \cos(4x), 0, \pi/2, 4) \simeq 1.628916$; $S(1+e^{-x} \cos(4x), 0, \pi/2, 4) \simeq 1.609543$

eta benetako balioa: $\int_0^{\pi/2} 1 + e^{-x} \cos(4x) dx = \frac{-2e^{-\pi/2} + 17\pi + 2}{34} \simeq 1.617392$

1.-(b) $T(\sin \sqrt{x}, 0, \pi/2, 4) \simeq 1.068390$; $S(\sin \sqrt{x}, 0, \pi/2, 4) \simeq 1.097349$

eta benetako balioa: $\int_0^{\pi/2} \sin \sqrt{x} dx = 2 \sin(\sqrt{\pi/2}) - \sqrt{2\pi} \cos(\sqrt{\pi/2}) \simeq 1.117541$

1.-(c) $T(x \tan x, 0, \pi/4, 4) \simeq 0.193995$; $S(x \tan x, 0, \pi/4, 4) \simeq 0.185963$

eta Derivek emate duena: $\int_0^{\pi/4} x \tan x dx \simeq 0.185785$

1.-(d) $T(\sin(\pi x), 0, 1, 8) \simeq 0.628417$; $S(\sin(\pi x), 0, 1, 8) \simeq 0.636705$

eta benetako balioa: $\int_0^1 \sin(\pi x) dx = 2/\pi \simeq 0.636619$

1.-(e) $T(\ln x, 1, 2, 8) \simeq 0.38564390$; $S(\ln x, 1, 2, 8) \simeq 0.38629204$

eta benetako balioa: $\int_1^2 \ln x dx = 2 \ln 2 - 1 \simeq 0.38629436$

2.- $f(x) = \int_1^x \frac{1}{t} dt = \{\ln t\}_1^x = \ln x \Rightarrow f(2) = \ln 2$

$T(1/x, 1, 2, 6) = \frac{9631}{13860} \simeq 0.694877$; $S(1/x, 1, 2, 6) = \frac{14411}{20790} \simeq 0.693170$

eta benetako balioa: $\ln 2 \simeq 0.693147$

$f''(x) = 2/x^3$ eta $f^{iv}(x) = 24/x^5$, biak beherakorrak; beraz,

$|f''(x)| < f''(1) = 2$ eta $|f^{iv}(x)| < f^{iv}(1) = 24, \forall x \in (1, 2)$. Orduan,

$|E_T| = \frac{(b-a)^3}{12n^2} |f''(d)| < 0.004629 \dots$ eta $|E_S| = \frac{(b-a)^5}{180n^4} |f^{iv}(d)| < 0.0001028 \dots$

3.-(a)

$f^{iv}(x) = \frac{24(5x^4 - 10x^2 + 1)}{(1+x^2)^5}$ eta $|f^{iv}(x)| \leq f^{iv}(0) = 24, \forall x \in (-1, 1)$

Beraz, $|E| = \frac{(b-a)^5}{180n^4} |f^{iv}(d)| \leq \frac{2^5}{180n^4} 24 < 5 \times 10^{-7} \iff n > 54.04 \dots$

Gutxienez, $n = 56$ hartu behar da.

3.-(b)

$$f^{iv}(x) = e^{-x}(x^2 - 8x + 12) \text{ eta } |f^{iv}(x)| < f^{iv}(0) = 12, \forall x \in (0, 4)$$

$$\text{Beraz, } |E| = \frac{(b-a)^5}{180n^4} |f^{iv}(d)| < \frac{4^5}{180n^4} 12 \leq 5 \times 10^{-7} \iff n > 108.09 \dots$$

Gutxienez, $n = 110$ hartu behar da.

3.-(c)

$$f^{iv}(x) = \frac{105}{16x^{9/2}} \text{ eta } |f^{iv}(x)| < f^{iv}(0.25) = 3360, \forall x \in (0.25, 4)$$

$$\text{Beraz, } |E| = \frac{(b-a)^5}{180n^4} |f^{iv}(d)| < \frac{3.75^5}{180n^4} 3360 \leq 5 \times 10^{-7} \iff n > 407.90 \dots$$

Gutxienez, $n = 408$ hartu behar da.

3.-(d)

$$f^{iv}(x) = 4e^{-x^2}(4x^4 - 12x^2 + 3) \text{ eta } |f^{iv}(x)| < f^{iv}(0) = 12, \forall x \in (0, 1)$$

$$\text{Beraz, } |E| = \frac{(b-a)^5}{180n^4} |f^{iv}(d)| < \frac{1}{180n^4} 12 \leq 5 \times 10^{-7} \iff n > 19.10 \dots$$

Gutxienez, $n = 20$ hartu behar da.