7. Ariketa

Ontzian dagoen gatz kantitatearen bilakaera aztertzerakoan lortzen dugun ekuazio diferentziala, hauxe da;

$$x'(t) = 2{,}04 - \frac{6{,}5}{60+2t}\, x(t)$$

Beraz, $a(t) = -\frac{6{,}5}{60+2t}$, $b(t) = 2{,}04$, $t_0 = 0$ har dezakegu eta hasierako ura gatzik gabekoa zenez, $x(t_0) = x(0) = 0$ dugu.
Hau guztia kontutan hartuz, ekuazio diferentzialaren soluzioa, hauxe izango da;

$$x(t) = [\int_0^t 2{,}04\, e^{-\int_0^s -\frac{6{,}5}{60+2r}\, dr}\, ds]\, e^{\int_0^t \frac{-6{,}5}{60+2s}\, ds} \quad \text{non}$$

$$\int_0^s \frac{6{,}5}{60+2r}\, dr = \frac{6{,}5}{2}(\ln(60+2s) - \ln 60) = \ln(1+\frac{s}{30})^{6{,}5/2} \quad \text{eta}$$

$$\int_0^t \frac{-6{,}5}{60+2s}\, ds = \frac{6{,}5}{2}(\ln(60+2t) - \ln 60) = \ln(1+\frac{t}{30})^{-6{,}5/2}$$

$e^{\ln a} = a$, $\forall a$, denez, soluzioa horrela geratuko da;

$$x(t) = [\int_0^t 2{,}04\,(1+\frac{s}{30})^{13/4}\, ds]\,(1+\frac{t}{30})^{-13/4}$$

Bukatzeko, egin dezagun azken integrala;

$$\int_0^t (1+\frac{s}{30})^{13/4}\, ds = \frac{30}{17/4}\,[(1+\frac{t}{30})^{17/4} - 1] = \frac{120}{17}\,[(1+\frac{t}{30})^{17/4} - 1] \quad \text{eta orduan,}$$

$$x(t) = \frac{2{,}04 \times 120}{17}[(1+\frac{t}{30})^{17/4} - 1][(1+\frac{t}{30})^{-13/4}] =$$

$$= \frac{72}{5}[(1+\frac{t}{30}) - (1+\frac{t}{30})^{-13/4}] =$$

$$= \boxed{\frac{72}{5}(1+\frac{t}{30})[1 - (1+\frac{t}{30})^{-17/4}]}$$

$$v(t) = 60 + 2t = 120 \iff t = 30 \text{ eta orduan eskatzen dena}$$

$$x(30) = \frac{9}{10}\,(32 - 2^{3/4}) \simeq 27{,}2863\ldots$$