# Probabilitateari buruzko ariketen emaitzak

**1.-** $p\,(\,2 \text{ aurpegi}\,) = \dfrac{1}{4}$ eta $p\,(\,\text{aurpegi eta gurutze bana}\,) = \dfrac{1}{2}$

**2.-(a)** $p\,(\,\text{kolore berekoak}\,) = \dfrac{1}{3}$ eta $p\,(\,\text{kolore desbedinekoak}\,) = \dfrac{2}{3}$

**2.-(b)** $x$ bola gorri sartzen badugu,

$$p\,(\,\text{kolore berekoak}\,) = p\,(\,\text{kolore desbedinekoak}\,) = \frac{1}{2} \Longleftrightarrow$$

$$\frac{C_3^2 + C_x^2}{C_{3+x}^2} = \boxed{\frac{3x}{C_{3+x}^2} = \frac{1}{2}} \Longleftrightarrow x^2 - 7x + 6 = 0 \Longleftrightarrow x = 1 \vee x = 6$$

**4.-(a)** Lehen bola kokatzeko 4 aukera dago; lehen bola kokatu ondoren, 2. bola kokatzeko beste lau aukera (guztira 16 aukera aurreneko bi bolak kokatzeko); lehenengo biak kokatu ondoren, 3. bola kokatzeko lau aukera;...; guztira, bost bola desberdin ditugunez, $4^5$ aukera edo $VR_4^5 = 4^5$

**4.-(b)** Bola guztiak ontzi berean kokatzeko: 4 aukera; ontzi batean bola bat eta beste lauak beste ontzi batean kokatzeko: 12 aukera ( $2C_4^2 = V_4^2 = 12$ ); ontzi batean bi bola eta beste hirurak beste ontzi batean kokatzeko: 12 aukera; ontzi batean bola bat, beste batean beste bat eta beste hiru bolak hirugarren ontzi batean kokatzeko: 12 aukera ( $2C_4^2 = 12$ ); ontzi batean 2 bola, beste batean beste bi eta geratzen dena hirugarren ontzi batean kokatzeko: 12 aukera eta ontzi guztiak erabiltzen badira (1,1,1 eta 2 kokatuz): 4 aukera. Guztira 56 aukera edo $CR_4^5 = 56$

**5.-** Hiru dadorekin, $p\,(\,12\text{ko batura}\,) = \dfrac{25}{VR_6^3} = \dfrac{25}{216}$

Lau dadorekin, $p\,(\,6\text{ko bat ere ez}\,) = \dfrac{VR_5^4}{VR_6^4} = \dfrac{625}{1296} \simeq 0{,}4823$ eta beraz,

$p\,(\,\text{gutxienez } 6\text{ko bat}\,) = 1 - \dfrac{625}{1296} \simeq 0{,}5177$

**6.-**

$$p(A) = \begin{cases} p(ggb) + p(gbg) + p(bgg) = 3 \times \dfrac{7}{12} \times \dfrac{6}{11} \times \dfrac{5}{10} = \dfrac{21}{44}, & \text{(bata bestearen atzetik)} \\ \dfrac{5\,C_7^2}{C_{12}^3} = \dfrac{21}{44}, & \text{(hirurak batera)} \end{cases}$$

$$p(B) = \begin{cases} p(bbg) + p(bgb) + p(gbb) = 3 \times \dfrac{5}{12} \times \dfrac{4}{11} \times \dfrac{7}{10} = \dfrac{7}{22}, & \text{(bata bestearen atzetik)} \\ \dfrac{7\,C_5^2}{C_{12}^3} = \dfrac{7}{22}, & \text{(hirurak batera)} \end{cases}$$

**7.-** Izan bitez,
$A_1 \equiv$ *Lehenengo biak gorriak*; $A_2 \equiv$ *Lehenengo bietatik gorri bat*;
$A_3 \equiv$ *Lehenengo biak gorriak ez* eta $B \equiv$ *3. bola gorria.* Orduan,

$$\begin{aligned} p(B) &= p(A_1)\, p(B|_{A_1}) + p(A_2)\, p(B|_{A_2}) + p(A_3)\, p(B|_{A_3}) \\ &= \frac{3}{55} \times \frac{1}{9} + \frac{24}{55} \times \frac{2}{9} + \frac{28}{55} \times \frac{3}{9} = \frac{3}{11} \end{aligned}$$

**8.-** Izan bitez,
$H_1 \equiv$ *B-tik A-ra bi bola gorri*; $H_2 \equiv$ *zuri bat eta gorri bat*; $H_3 \equiv$ *biak zuriak*;
$K_1 \equiv$ *A-tik bi bola gorri* eta $K_2 \equiv$ *A-tik bi bola zuri.* Orduan,

$$\begin{aligned} p(K_1) &= p(H_1)\, p(K_1|_{H_1}) + p(H_2)\, p(K_1|_{H_2}) + p(H_3)\, p(K_1|_{H_3}) \\ &= \frac{2}{9} \times \frac{5}{18} + \frac{5}{9} \times \frac{1}{6} + \frac{2}{9} \times \frac{1}{12} = \frac{14}{81} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p(K_2) &= p(H_1)\, p(K_2|_{H_1}) + p(H_2)\, p(K_2|_{H_2}) + p(H_3)\, p(K_2|_{H_3}) \\ &= \frac{2}{9} \times \frac{1}{6} + \frac{5}{9} \times \frac{5}{18} + \frac{2}{9} \times \frac{5}{12} = \frac{23}{81} \end{aligned}$$

Orduan,

$$p\,(\,\text{kolore bereko bolak}\,) = p(K_1) + p(K_2) = \frac{37}{81}$$

Bukatzeko,

$$p(H_1|_{K_1}) = \frac{p(H_1)\, p(K_1|_{H_1})}{p(K_1)} = \frac{\frac{2}{9} \times \frac{5}{18}}{\frac{14}{81}} = \frac{5}{14}$$

**9.-** Izan bitez,
$A_1 \equiv$ *sugeak pozoitsuak*; $A_2 \equiv$ *bata pozoitsua eta bestea ez*;
$A_3 \equiv$ *biak pozoigabeak* eta $B \equiv$ *bizirik ateratzea.* Orduan,

$$\begin{aligned} p(B) &= p(A_1)\, p(B|_{A_1}) + p(A_2)\, p(B|_{A_2}) + p(A_3)\, p(B|_{A_3}) \\ &= \frac{1}{15} \times 0{,}7^2 + \frac{8}{15} \times 0{,}7 + \frac{2}{5} \times 1 = \frac{403}{500} \simeq 0{,}806 \end{aligned}$$

**10.-** Izan bitez,
$A_1 \equiv$ *Langabezian egotea*; $A_2 \equiv$ *Lana izatea* eta
$G \equiv$ *gizonezkoa izatea.* Orduan,

$$p(G) = p(A_1)\, p(G|_{A_1}) + p(A_2)\, p(G|_{A_2}) = 0{,}15 \times 0{,}4 + 0{,}85 \times 0{,}55 = 0{,}5275$$

Eta beraz, $p(A_1|_G) = \dfrac{p(A_1)\, p(G|_{A_1})}{p(G)} = \dfrac{0{,}15 \times 0{,}4}{0{,}5275} \simeq 0{,}1137$

**11.-** Izan bitez,
$A_1 \equiv$ *Macijauskas eta Calderon*; $A_2 \equiv$ *Macijauskas eta Prigioni*;
$A_3 \equiv$ *Calderon eta Prigioni* eta $B \equiv$ *gutxienez saskiraketa bat.* Orduan,

$$\begin{aligned} p(B) &= p(A_1)\, p(B|_{A_1}) + p(A_2)\, p(B|_{A_2}) + p(A_3)\, p(B|_{A_3}) \\ &= \frac{1}{3} \times 0{,}99 + \frac{1}{3} \times 0{,}9925 + \frac{1}{3} \times 0{,}97 \simeq 0{,}9842 \end{aligned}$$

Eta, $p(A_3|_{\bar{B}}) = \dfrac{p(A_3)\, p(\bar{B}|_{A_3})}{p(\bar{B})} = \dfrac{\frac{1}{3} \times 0{,}03}{0{,}0158} \simeq 0{,}6316$

**3.-** Txanpon bat 12 aldiz botata, izan bedi $X$ aldagaia aurpegi kopurua (arrakasta kopurua) neurtzen duena. Argi dago, $X$ aldagaiaren banaketa, $Bin(12, 1/2)$ banaketa binomiala dela eta orduan,

$$p(X \geq 8) = \sum_{r=8}^{12} p(X = r) = \sum_{r=8}^{12} \binom{12}{r} (\frac{1}{2})^r (\frac{1}{2})^{12-r} = \frac{397}{2048} \simeq 0{,}1938$$

Eta txanpona 60 aldiz botata, $X$ aldagaiaren banaketa $Bin(60, 1/2)$ banaketa binomiala izango denez eta Derive erabiliz,

$$p(X \geq 40) = \sum_{r=40}^{60} p(X = r) = \sum_{r=40}^{60} \binom{60}{r} (\frac{1}{2})^r (\frac{1}{2})^{60-r} \simeq 0{,}006745$$

Bestela, $Bin(60, 1/2)$ eta $N(30, \sqrt{15})$ antzekoak direla kontuan harturik,

$$p(X \geq 40) \simeq p(X \geq 39{,}5) = p(Z \geq \frac{39{,}5 - 30}{\sqrt{15}}) \simeq p(Z \geq 2{,}45) \simeq 0{,}00714$$