

Zorizko aldagaiak. Ariketen emaitzak

1.-(a) X aldagaiaren balio posibleak: 0, 1, 2, eta 3 dira. X aldagaiak 0 balioa hartzeko, $4 C_5^2 P_3 = 240$ aldeko kasu dago; 1 balioa hartzeko, $4[3 C_4^2 C_3^2 + 3 C_5^3 \times 2] = 600$ aldeko kasu; 2 baliorako, $C_4^2[2 \times 5 + 2 C_5^2] = 180$ eta 4 balioa hartzeko, 4 aldeko kasu.

$VR_4^5 = 4^5 = 1024$ kasu posible ditugunez, X aldagaiaren probabilitate-banaketa hauxe izango da:

$$p(X = 0) = \frac{15}{64}; p(X = 1) = \frac{75}{128}; p(X = 2) = \frac{45}{256} \text{ eta } p(X = 3) = \frac{1}{256}$$

X aldagaiaren batezbestekoa,

$$\mu_X = \sum_{i=0}^3 i p(X = i) = 0 \times \frac{15}{64} + 1 \times \frac{75}{128} + 2 \times \frac{45}{256} + 3 \times \frac{1}{256} = \frac{243}{256} \simeq 0,9492$$

1.-(b) Y aldagaiaren balio posibleak: 1, 2, 3, 4, 5 eta 6 dira eta Y aldagaiak i balioa hartzeko, $2i - 1$; $1 \leq i \leq 6$, aldeko kasu dago. Beraz, Y aldagaiaren probabilitate-banaketa hauxe izango da:

$$p(X = i) = \frac{2i - 1}{36}; \quad 1 \leq i \leq 6$$

eta batezbestekoa,

$$\mu_Y = \sum_{i=1}^6 i p(X = i) = \sum_{i=1}^6 i \frac{2i - 1}{36} = \frac{161}{36} \simeq 4,4722$$

2.- X aldagaiak neska kopurua neurtzen badu, nesken kopurua \geq mutilen kopurua $\iff X \geq 2$ eta $p(X \geq 2) = 1 - p(X = 0) - p(X = 1)$

$$p(X = 0) = \frac{C_{14}^4}{C_{26}^4} = \frac{77}{1150} \text{ eta } p(X = 1) = \frac{12 C_{14}^3}{C_{26}^4} = \frac{168}{575} \text{ direnez,}$$

$$p(X \geq 2) = 1 - \frac{77}{1150} - \frac{168}{575} = \frac{737}{1150} \simeq 0,6409$$

3.- X aldagaiak, lehen 5eko lortu arte, dadoa jaurti behar den aldi kopurua neurtzen badu, $p(X \leq 4)$ kalkulatu behar da.

$$p(X = i) = \frac{1}{6} \left(\frac{5}{6}\right)^{i-1} \text{ denez,}$$

$$p(X \leq 4) = \sum_{i=1}^4 p(X = i) = \sum_{i=1}^4 \frac{1}{6} \left(\frac{5}{6}\right)^{i-1} = \frac{671}{1296} \simeq 0,5177$$

4.- *Andrew Betts*-ek jaurtiketa libre bat saskiratzeko probabilitatea 0,6 koa eta *Kornel David*-ena 0,7 koa direla jakinda, izan bedi X aldagaia, 300 jaurtiketa libre egin ondoren, *Betts*-ek lortutako saskiraketa kopurua neurtzen duena eta Y aldagaia, *David*-en saskiraketa kopurua neurtzen duena.

X aldagaiaren banaketa $Bin(300; 0,6)$ banaketa binomiala izango da edo, hur-bilketa gisa, $N(180, 6\sqrt{2})$ eta Y aldagaiarena, $Bin(300; 0,7) \simeq N(210, 3\sqrt{7})$ Orduan,

$$p(X > 193) \simeq p\left(Z = \frac{X - 180}{6\sqrt{2}} \geq \frac{193,5 - 180}{6\sqrt{2}}\right) = p(Z \geq 1,59) \simeq 0,0559$$

eta,

$$p(Y < 196) \simeq p\left(Z = \frac{X - 210}{3\sqrt{7}} \leq \frac{195,5 - 210}{3\sqrt{7}}\right) = p(Z \leq -1,83) \simeq 0,0336$$

5.- Lau zifra zenbaki bat esangarria izango da, milakoen zifra $\neq 0$ bada, hau da, "a b c d", zenbakia non, $a \neq 0$ den. Orduan, 4 zifra 9000 zenbaki posible dago eta 9ko bat ere ez dutenak, $8 \times 9^3 = 5832$ zenbaki dira. Hau dela eta, zenbaki batek, gutxienez, 9ko bat izateko probabilitatea,

$$p(\text{gutxienez 9ko bat}) = 1 - \frac{5832}{9000} = \frac{3168}{9000} = 0,352 \text{ izango da.}$$

X aldagaiak, 4 zifra 2000 zenbaki lortu ondoren, zenbaki 9kodun kopurua neurtzen badu, dagokion banaketa, $Bin(2000; 0,352) \simeq N(704, \frac{72\sqrt{55}}{25})$ izango da. Beraz,

$$\begin{aligned} p(690 \leq X \leq 710) &\simeq p\left(\frac{689,5 - 704}{\frac{72\sqrt{55}}{25}} < Z = \frac{X - 704}{\frac{72\sqrt{55}}{25}} < \frac{710,5 - 704}{\frac{72\sqrt{55}}{25}}\right) \\ &\simeq p(-0,68 < Z < 0,30) \simeq 0,3696 \end{aligned}$$

6.- X aldagaiak biztanleen altuera neurtzen badu, dagokion banaketa $N(168, 16)$ dela esaten digute. Beraz,

$$p(X \geq 180) = p\left(Z = \frac{X - 168}{16} \geq \frac{180 - 168}{16}\right) = p(Z \geq 0,75) \simeq 0,2266$$

$$\begin{aligned} p(160 \leq X \leq 175) &\simeq p\left(\frac{160 - 168}{16} \leq Z = \frac{X - 168}{16} \leq \frac{175 - 168}{16}\right) \\ &\simeq p(-0,5 \leq Z \leq 0,44) \simeq 0,3615 \end{aligned}$$

Bukatzeko, gutxienez, 1.80 metroko altuera izateko probabilitatea (arrakastarena) 0.2266koa dela eta 5 pertsona ($n = 5$) zoriz hartzen direla jakinda, izan bedi Y aldagaia, altuera hori duten pertsona kopurua (arrakastarena), neurtzen duena. Esan daiteke Y aldagaiaren banaketa $Bin(5; 0,2266)$ banaketa binomiala dela eta orduan,

$$p(Y = 3) = \binom{5}{3} 0,2266^3 0,7734^2 \simeq 0,06960$$

7.- 150 plaza eta 800 ikasle interesaturik dagoenez, ($\frac{150}{800} = 0,1875$), bakarrik, ikasleen %18.75a sartuko da Farmazia ikasketak egitera, hau da, ikasle batek Farmazian sartzeko daukan probabilitatea edo, gauza bera dena, nota minimo hori baino nota handiagoa izateko probabilitatea 0.1875ekoa izango da. X aldagaia, ikasleen notak neurtzen dituen izanda, badakigu X -en banaketa, $N(6,8, 1,2)$ banaketa normala dela. Orduan, z_0 , Farmazian sartzeko nota minimoa bada,

$$\begin{aligned} p(X \geq z_0) = 0,1875 &\iff p\left(Z = \frac{X - 6,8}{1,2} \geq \frac{z_0 - 6,8}{1,2}\right) = 0,1875 \\ &\iff \frac{z_0 - 6,8}{1,2} \simeq 0,89 \iff z_0 = 7,868 \end{aligned}$$