

Ampliación de Matemáticas

5 de marzo de 2009. Puntuación total: 2 puntos.

Cada ejercicio tiene igual peso.

Ejercicio 1.- Encontrar un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden equivalente a la ecuación diferencial

$$x''' = t + x^2 - 2x' + (x'' + 1)^2.$$

Ejercicio 2.- Dada la ecuación diferencial

$$x' = (t - 1)^2 + (x - 3)^2,$$

se pide:

- (1) Demostrar que no tiene soluciones constantes.
- (2) Demostrar que todas sus soluciones $x(t)$ son funciones crecientes.
- (3) Sea $u(t)$ la solución del problema de condición inicial

$$\begin{cases} x' = (t - 1)^2 + (x - 3)^2, \\ x(t_0) = x_0. \end{cases}$$

Hallar el punto $(t_0, x_0) \in \mathbb{R}^2$ para que $u'(t_0) = 0$. Después, encontrar $u''(t_0)$ y $u'''(t_0)$.

Ejercicio 3.- La Figura 1 representa dos funciones, $u(t)$ y $v(t)$. Una de ellas es solución de la ecuación diferencial $x' = t + x^2 - 1$ y la otra no. Identificarlas razonadamente.

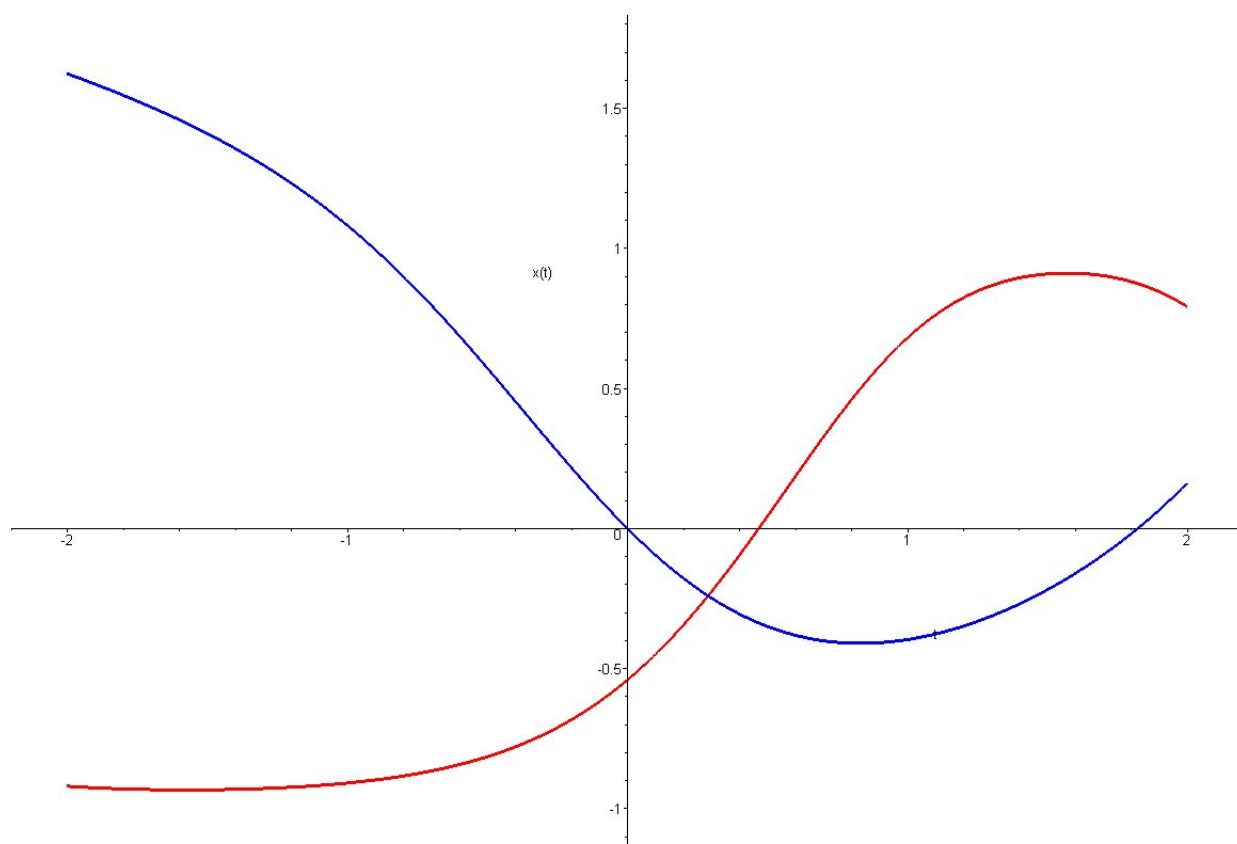


Figura 1: Funciones $u(t), v(t)$, definidas en $-2 \leq t \leq 2$.