

Hoja 1 de ejercicios

Cálculo y Álgebra. Curso 2009–2010

Grupo 16 de 1º de Ciencias Ambientales,
20 de octubre de 2009

Ejercicio 1.- Se pide hallar $\|3\vec{a} + 4\vec{b}\|$ sabiendo que los vectores $\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^n$ son ortogonales y $\|\vec{a}\| = 5, \|\vec{b}\| = 2$.

Ejercicio 2.- Hállese el ángulo que forman los vectores $\vec{a} := (1, -1, 2, 1, 1), \vec{b} := (-2, 0, -3, 1, 4) \in \mathbb{R}^5$.

Ejercicio 3.- Se pide encontrar un vector unitario $\vec{u} \in \mathbb{R}^5$ que forma un ángulo de $\pi/4$ radianes con el vector $\vec{a} := (1, 2, -2, -1, 1)$.

Solución.- Un vector solución es

$$\vec{u} = \left(\frac{1}{\sqrt{22}} + \frac{1}{2}, \frac{2}{\sqrt{22}}, -\frac{2}{\sqrt{22}}, -\frac{1}{\sqrt{22}}, \frac{1}{\sqrt{22}} - \frac{1}{2} \right) \\ \simeq (0'7132, 0'4264, -0'4264, -0'2132, -0'2868).$$

Ejercicio 4.- El punto $P = (1, 3, 3 + \sqrt{2})$ está situado en la esfera

$$(x - 2)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 4.$$

Se pide hallar el punto antípoda de P . Se llama punto antípoda de P al punto de la esfera que más dista de P .

Ejercicio 5.- Dados los vectores $\vec{a} := (1, 1, 1)$ y $\vec{b} := (1, -1, 2)$ hállese los valores reales de x tales que

$$\|3\vec{a} + x\vec{b}\| \leq \|x\vec{a} - 2\vec{b}\|.$$

Ejercicio 6.- Sean $\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^n$ vectores ortogonales que satisfacen la desigualdad $2\|\vec{b}\| > 3\|\vec{a}\|$. Se pide hallar los valores reales de x tales que

$$\|3\vec{a} + x\vec{b}\| \leq \|x\vec{a} - 2\vec{b}\|.$$

Ejercicio 7.- Se considera la esfera de centro $C = (1, -1, 2)$ y radio 3. Sea P el punto $(2, 3, 4)$. Hállese la ecuación del plano que contiene a todos los puntos Q de la esfera tales que el ángulo que formen los vectores $\overrightarrow{CQ}$ y $\overrightarrow{CP}$ sea igual a $\pi/3$ radianes.

Ejercicio 8.- Hállese los ángulos del triángulo en el espacio $\mathbb{R}^3$ cuyos vértices son $P = (1, 1, 1), Q = (1, -1, 1)$ y $R = (-2, 1, 1)$.

Ejercicio 9.- Hállense los ángulos del triángulo en el plano $\mathbb{R}^2$ cuyos vértices son $\mathbf{P} = (1, 1)$, $\mathbf{Q} = (1, -1)$ y $\mathbf{R} = (-2, 1)$.

Ejercicio 10.- Hállese el punto de corte de la recta que pasa por el punto $\mathbf{P} = (1, 1, -3)$ y es paralela al vector $\vec{\mathbf{v}} = (2, 2, 1)$ con el plano de ecuación $3x - 2y + z = 4$.

Ejercicio 11.- Se pide hallar las normas de los seis vectores que aparecen en la Figura 1.

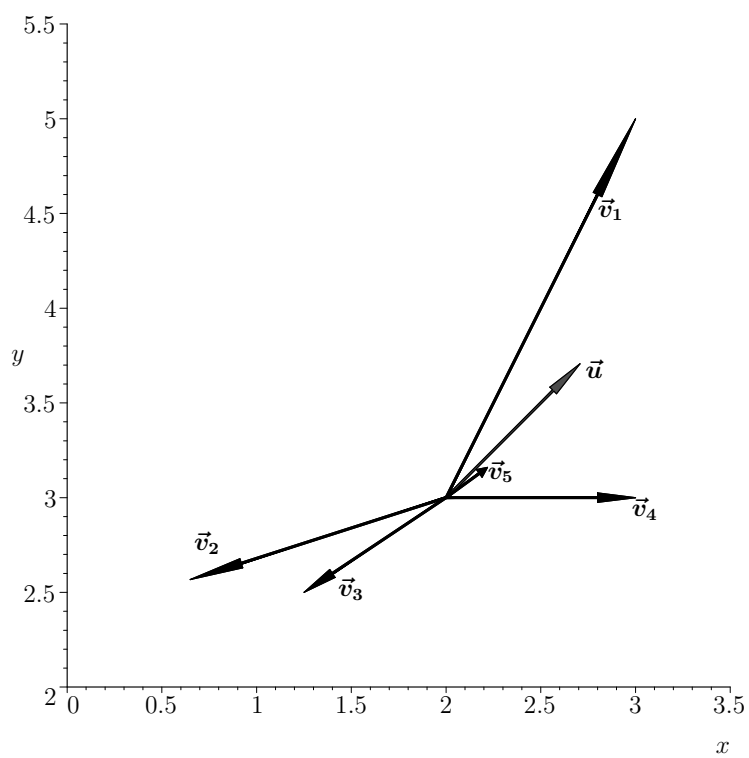


Figura 1: Vectores.

Ejercicio 12.- Las subfiguras de la Figura 2 muestran dos vectores unitarios $\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^2$. Se pide completar el Cuadro 1 emparejando cada subfigura con su producto escalar correspondiente.

Figura	$\vec{a} \cdot \vec{b}$
	0
	1
	-1
	0,5
	0,7071
	-0,7071
	0,9511
	-0,9511
	0,8660

Cuadro 1: Productos escalares.

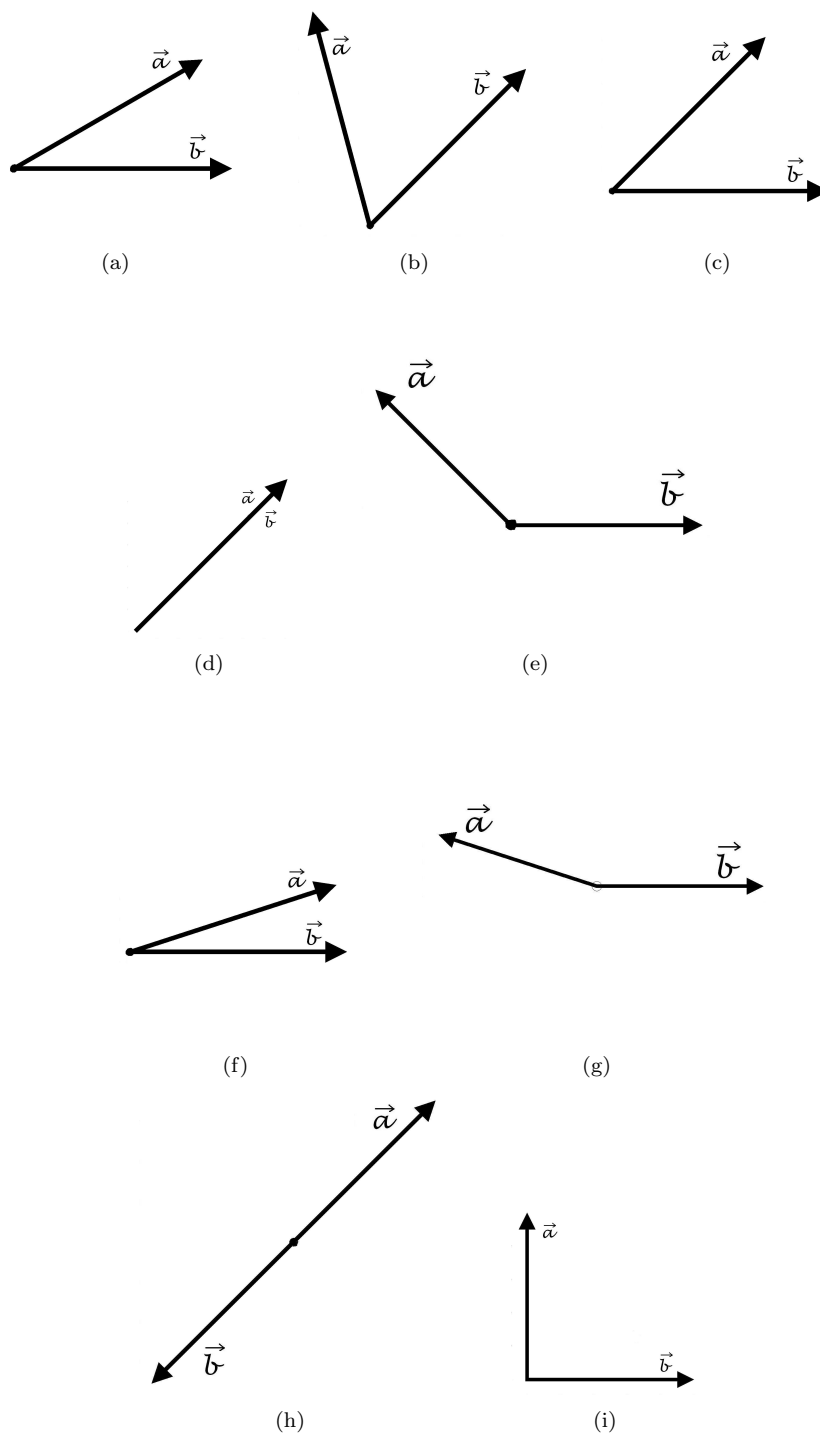


Figura 2: Posiciones de los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$.