# Ampliación de Matemáticas. Ejercicios.

**23 de noviembre de 2010**

**Ejercicio 1.-** Halla las soluciones constantes de la ecuación diferencial

$$x''(t) = x(t) + 3x'(t) - 2x(t)^2 + 1.$$

Solución.- $x(t) \equiv 1, x(t) \equiv -\dfrac{1}{2}$.

**Ejercicio 2.-** Encuentra un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden equivalente al sistema de ecuaciones diferenciales

$$\begin{cases} x'' = tx^2y + x' - 2xy' + t^2y^3, \\ y'' = x'\cos(xy) + y'\operatorname{sen} t. \end{cases}$$

Solución.- Llamemos $x_1 = x,\ x_2 = y,\ x_3 = x',\ x_4 = y'$. Entonces,

$$\begin{cases} x_1' = x_3, \\ x_2' = x_4, \\ x_3' = tx_1^2x_2 + x_3 - 2x_1x_4 + t^2x_2^3, \\ x_4' = x_3\cos(x_1x_2) + x_4\operatorname{sen} t. \end{cases}$$

**Ejercicio 3.-** Halla la solución del problema de condición inicial

$$\begin{cases} x' = x + t, \\ x(0) = 1. \end{cases}$$

Solución.- $x(t) = -t - 1 + 2\mathrm{e}^t$.

**Ejercicio 4.-** Halla la solución del problema de condición inicial

$$\begin{cases} x' = x + \cos t, \\ x(0) = 1. \end{cases}$$

Solución.-

$$x(t) = -\frac{1}{2}\cos t + \frac{1}{2}\sin t + \frac{3}{2}\mathrm{e}^t.$$

**Ejercicio 5.-** Halla la solución del problema de condición inicial

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \dfrac{2xy}{x^2+y^2}, \\ y(1) = 2. \end{cases}$$

Solución.-

$$y(x) = \frac{3 + \sqrt{9 + 16x^2}}{4}.$$