

## Ampliación de Matemáticas

**Grupo 16** de 1º de Ciencias Ambientales, 5 de mayo de 2003, Examen orientativo.

**Problemas para aprobar.**

**Problema 1.-** Hallar todas las soluciones de la ecuación diferencial

$$\frac{dx}{dt} = -2x + e^{-2t}.$$

**Problema 2.-** ¿Qué nombre reciben las ecuaciones diferenciales del tipo siguiente?

$$\frac{dy}{dx} = f(x)g(y)$$

¿Cómo se resuelven?

**Problemas para mejorar la nota.**

**Problema 3.-** (2'5 puntos) La notación  $\text{mín}(x, y)$  indica el menor de los números  $x$  e  $y$ ; por ejemplo,  $\text{mín}(3, 5) = 3$ ,  $\text{mín}(-3, 2) = -3$ ,  $\text{mín}(6, 6) = 6$ . Sea la función de la variable real  $t$

$$b(t) := \text{mín}(t - 2, -2t + 1).$$

- (1) Dibujando la gráfica de  $b(t)$ , probar que esta función es continua en todo punto  $t$ .
- (2) Hallar un valor  $t_1$  en el que  $b(t)$  no es derivable.
- (3) Hallar la función  $u(t)$  que es la solución del problema de condición inicial

$$\begin{cases} x' = x + b(t), \\ x(0) = 3. \end{cases}$$

- (4) Demostrar que  $u(t)$  es derivable en  $t_1$ . Hallar  $u'(t_1)$ . ¿Contradice este resultado al apartado (2)?

**Problema 4.-** (2'5 puntos)

Hallar la solución  $x(t)$  de la ecuación diferencial

$$x' = x - t$$

que hace mínima la integral

$$\int_0^1 x(t) dt.$$