

Ejercicio

Sea D el cuadrado abierto formado por los puntos (x, y) tales que $0 < x < 1$, $0 < y < 1$. Consideremos las funciones $f(x, y)$ y $g(x, y)$ definidas sobre D de la siguiente manera: Si

$$x = 0, a_1 a_2 a_3 \dots a_n \dots, \quad y = 0, b_1 b_2 b_3 \dots b_m \dots$$

son los desarrollos decimales de x e y , respectivamente, donde $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ y $b_1, b_2, \dots, b_m, \dots$ son cifras de $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$, definimos

$$f(x, y) := 0, a_1 b_2 a_3 b_4 a_5 b_6 \dots; \quad g(x, y) := 0, a_1 b_1 a_2 b_2 a_3 b_3 \dots$$

Demostrar que las funciones $f(x, y)$ y $g(x, y)$ son continuas en cualquier punto del cuadrado D .

Referencia

Este ejercicio está inspirado por el Ejercicio 15 de la página 185 del libro: Shilov, Georgi Evgen'evich: *Elementary real and complex analysis*, The MIT Press, 1973.