

Ampliación de Matemáticas

Grupo 16 de 1º de Ciencias Ambientales, 2 de abril de 2003, Examen orientativo.

Los Problemas 1 y 2 sirven para aprobar. Nota única de aprobado: 5 puntos.
Nota de suspenso: de 0 a 3 puntos.

Los Problemas 3 y 4 se proponen para sacar notable (entre 7 y 8.9 puntos) o sobresaliente (9 puntos).

Problema 1.- ¿Tiene soluciones constantes la ecuación diferencial

$$\frac{d^2x}{dt^2} = e^t + x + \frac{dx}{dt}?$$

Problema 2.- En las Figuras 1, 2 y 3 se dan tres campos de pendientes junto con la curva solución que satisface la condición $x(0) = 1$. ¿Cuál de los siete problemas de condiciones iniciales corresponde a cada figura? Indicar brevemente las razones aducidas.

- (1) $\frac{dx}{dt} = t - 1, x(0) = 1,$ (2) $\frac{dx}{dt} = 1 - t, x(0) = 1,$ (3) $\frac{dx}{dt} = 1 - x, x(0) = 1,$
(4) $\frac{dx}{dt} = t^2 - x^2, x(0) = 1,$ (5) $\frac{dx}{dt} = 2 - x^2, x(0) = 1,$ (6) $\frac{dx}{dt} = x^2 - t^2, x(0) = 1,$
(7) $\frac{dx}{dt} = 1 + x, x(0) = 1.$

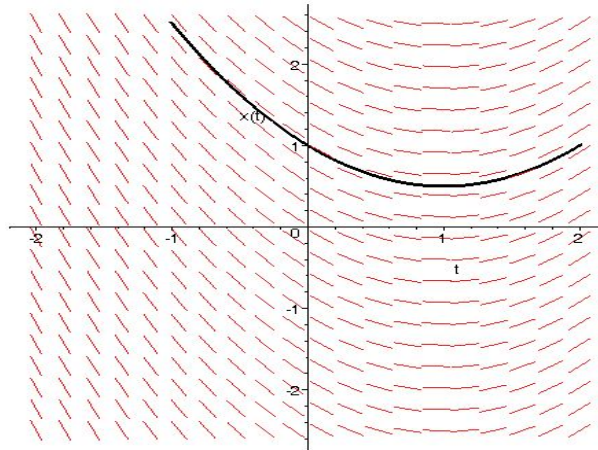


Figura 1: Primer campo de pendientes.

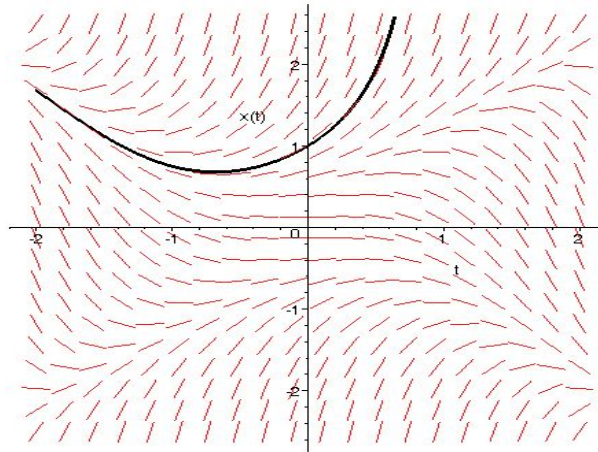


Figura 2: Segundo campo de pendientes.

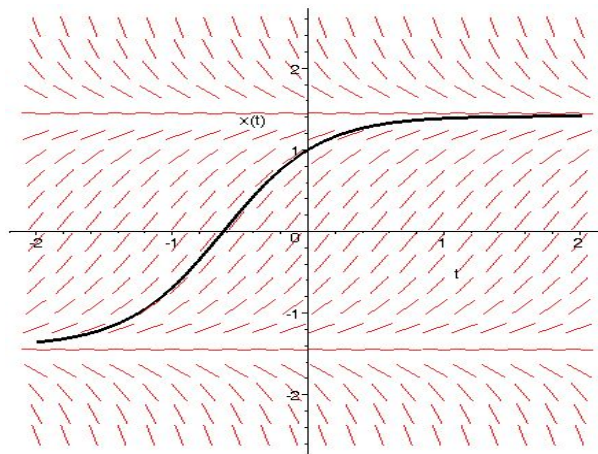


Figura 3: Tercer campo de pendientes.

Problema 3.- (2'5 puntos) Dada la ecuación diferencial

$$x' = (x - 1)(x - 2)(x - 3),$$

se pide

- Hallar las soluciones constantes.
- Dibujar su campo de pendientes.
- ¿Tiene soluciones periódicas no constantes?

Problema 4.- (2'5 puntos)

Hallar aproximadamente

$$\int_0^3 x'(t) dt$$

siendo $x(t)$ la solución del problema de condiciones iniciales

$$\begin{cases} x'' = 2 \operatorname{sen} x + tx' - \cos t, \\ x(0) = \pi, x'(0) = -\pi/2. \end{cases}$$