

Ampliación de Matemáticas

1º de Ciencias Ambientales, 12 de abril de 2003, Examen orientativo.

Problemas para aprobar.

Problema 1.- Resolver la ecuación diferencial

$$y' = \frac{e^x}{\cos y}$$

y hallar la solución que satisface $y(-5) = 0,208$.

Problema 2.- Hallar todas las rectas que pasan por el origen que son soluciones de las ecuaciones diferenciales siguientes.

$$(a) y' = \frac{2x - 3y}{3x + 8y}, \quad (b) y' = \frac{-2x + 3y}{x - 3y}.$$

Problemas para mejorar la nota.

Problema 3.- (2'5 puntos) Escribir un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden que sea equivalente al sistema

$$\begin{cases} x'' = 3t^2 - x'^3 + \operatorname{sen} y' + x, \\ y'' = t \cos(x' + y) - y'. \end{cases}$$

Problema 4.- (2'5 puntos) Sean λ, μ dos constantes positivas. Sea $(x(t), y(t))$ la solución del problema de condiciones iniciales

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -\lambda x, \\ \frac{dy}{dt} = \lambda x - \mu y, \\ x(0) = x_0, y(0) = y_0, \quad \text{donde } x_0 > 0, y_0 \geq 0. \end{cases}$$

Demostrar que la función $y(t)$ no tiene mínimos relativos en el intervalo $t > 0$.