

Ampliación de Matemáticas

Grupo 16 de 1º de Ciencias Ambientales, 5 de mayo de 2003, Examen orientativo.

Problemas para aprobar.

Problema 1.- Hallar todas las soluciones de la ecuación diferencial

$$\frac{dx}{dt} = -2x + e^{-2t}.$$

Problema 2.- ¿Qué nombre reciben las ecuaciones diferenciales del tipo siguiente?

$$\frac{dy}{dx} = f(x)g(y)$$

¿Cómo se resuelven?

Problemas para mejorar la nota.

Problema 3.- (2'5 puntos) La notación $\text{mín}(x, y)$ indica el menor de los números x e y ; por ejemplo, $\text{mín}(3, 5) = 3$, $\text{mín}(-3, 2) = -3$, $\text{mín}(6, 6) = 6$. Sea la función de la variable real t

$$b(t) := \text{mín}(t - 2, -2t + 1).$$

- (1) Dibujando la gráfica de $b(t)$, probar que esta función es continua en todo punto t .
- (2) Hallar un valor t_1 en el que $b(t)$ no es derivable.
- (3) Hallar la función $u(t)$ que es la solución del problema de condición inicial

$$\begin{cases} x' = x + b(t), \\ x(0) = 3. \end{cases}$$

- (4) Demostrar que $u(t)$ es derivable en t_1 . Hallar $u'(t_1)$. ¿Contradice este resultado al apartado (2)?

Problema 4.- (2'5 puntos)

Hallar la solución $x(t)$ de la ecuación diferencial

$$x' = x - t$$

que hace mínima la integral

$$\int_0^1 x(t) dt.$$