

Ampliación de Matemáticas

Grupo 16 de 1º de Ciencias Ambientales, 26 de mayo de 2005, tercer examen orientativo.

Ejercicio 1.- Sea la ecuación diferencial

$$x'' = x' + e^t. \quad (1)$$

¿Qué condición deben satisfacer los números a y b para que haya una solución $x(t)$ de (1) que cumpla todas las condiciones siguientes

$$x(0) = 1, \quad x'(0) = a, \quad x(2) = b?$$

Ejercicio 2.- Demostrar que las trayectorias $(x(t), y(t))$ del sistema de ecuaciones diferenciales

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -xe^{xy}, \\ \frac{dy}{dt} = 2x + ye^{xy}, \end{cases}$$

están contenidas en las curvas de nivel de la función

$$H(x, y) := \operatorname{sen}(x^2 + e^{xy}).$$

Ejercicio 3.- (2,5 puntos) ¿Es periódica la función

$$f(t) := \cos(t/2) + \operatorname{sen}(\sqrt{3}t)?$$

En caso afirmativo, ¿cuál es su periodo?

Ejercicio 4.- (2,5 puntos) Hallar aproximadamente el valor de la integral

$$\int_0^3 \cos(x_1(t) + x_2(t)) dt,$$

siendo la función vectorial $(x_1(t), x_2(t))$ la solución del problema de condiciones iniciales

$$\begin{cases} x_1' = tx_1^2 + x_2, \\ x_2' = \sqrt{t} - x_1x_2, \end{cases}$$
$$x_1(0) = 1, x_2(0) = -1.$$