Ampliación de Matemáticas

Grupo 16 de 1º de Ciencias Ambientales, 27 de mayo de 2004, cuarto examen orientativo.

Ejercicio 1.- Emparejar cada campo vectorial dado por las Figuras 1, 2, 3, 4, y 5 con el sistema diferencial al que esté asociado:

$$\begin{cases} x' = x(2-y) \\ y' = y(x-3) \end{cases} \qquad \begin{cases} x' = x^2 - y^2 \\ y' = 2xy \end{cases} \qquad \begin{cases} x' = x^2 - y^3 \\ y' = 2xy \end{cases} \qquad \begin{cases} x' = x^2 - y^3 \\ y' = 3\cos(xy) \end{cases}$$

Ejercicio 2.- Hallar aproximadamente $x'(1)$ siendo $x(t)$ la solución del problema de condiciones iniciales

$$\begin{cases} x'' = t\cos(x') + 2x, \\ x(0) = 0, x'(0) = 1. \end{cases}$$

Ejercicio 3.- (2'5 puntos) Sea $P(t)$ el número de millones de individuos de una población; de acuerdo con el modelo logístico, podemos suponer que

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}t} = 2P - P^2, \end{cases}$$

siendo la población inicial de 0.3 millones. Hallar el punto de inflexión de la función $P(t)$. Hallar la población máxima posible.

Ejercicio 4.- (2'5 puntos) Hallar el valor medio de la función periódica $f(t) := 3\,\mathrm{sen}\,2t$.

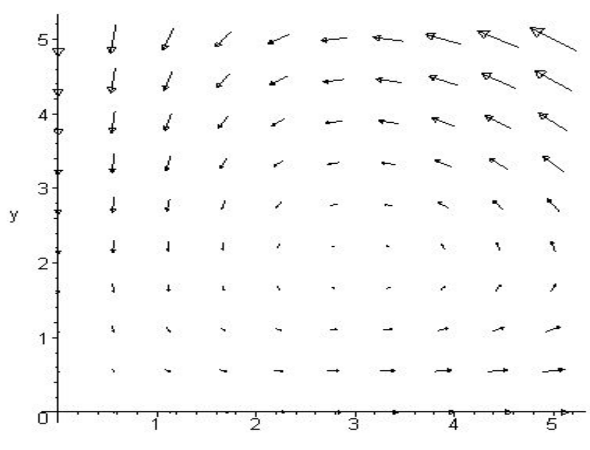

Figura 1: Campo vectorial.

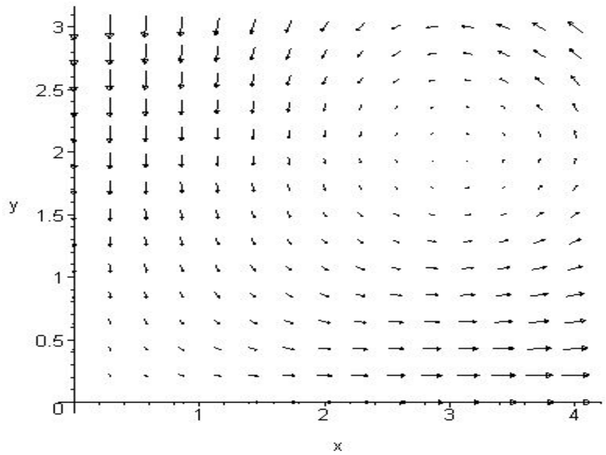

Figura 2: Campo vectorial.

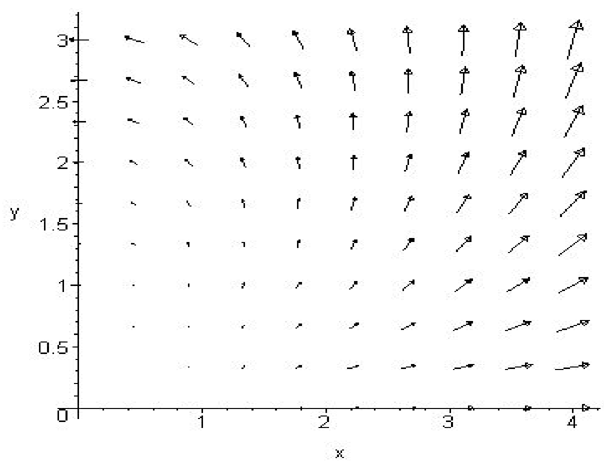

Figura 3: Campo vectorial.

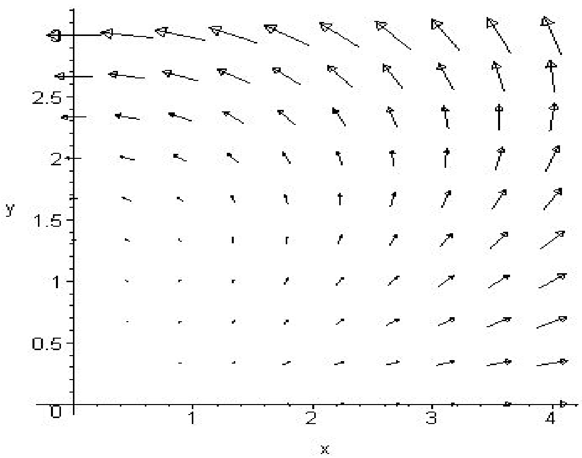

Figura 4: Campo vectorial.

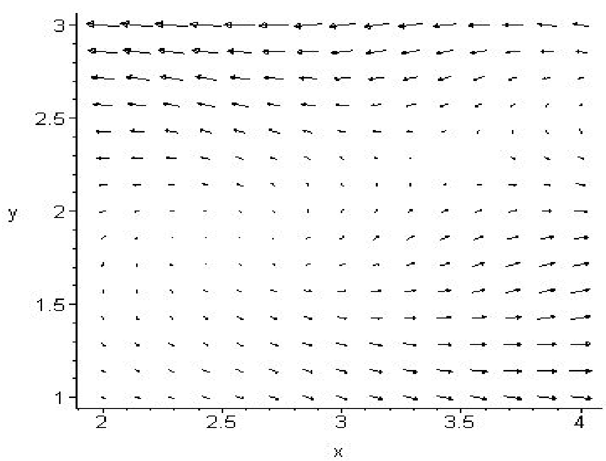

Figura 5: Campo vectorial.