

## Ampliación de Matemáticas

**Grupo 16** de 1º de Ciencias Ambientales, 30 de mayo de 2006, cuarto examen orientativo.

**Ejercicio 1.-** Demostrar que las trayectorias  $(x(t), y(t))$  del sistema de ecuaciones diferenciales

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -xe^{xy}, \\ \frac{dy}{dt} = 2x + ye^{xy}, \end{cases}$$

están contenidas en las curvas de nivel de la función

$$H(x, y) := \text{sen}(x^2 + e^{xy}).$$

**Ejercicio 2.-** ¿Qué cuestión le planteó el biólogo Umberto D'Ancona al matemático Vito Volterra?

**Ejercicio 3.-** (2,5 puntos) Mediante el método numérico de Euler hallar aproximadamente el periodo de la trayectoria  $(x(t), y(t))$  del sistema de Volterra-Lotka

$$\begin{cases} x' = x(1 - 2y), \\ y' = y(3x - 4), \end{cases}$$

que satisface las condiciones iniciales  $x(0) = 4/3, y(0) = 1/4$ .

**Ejercicio 4.-** (2,5 puntos) Demostrar que existe una única solución  $x(t)$  del problema de condición inicial

$$\begin{cases} x' = \text{máx}(t, x), \\ x(t_0) = x_0, \end{cases}$$

si  $t_0 \neq x_0$ . ¿Se puede asegurar la unicidad cuando  $t_0 = x_0$ ?