

Cálculo y Álgebra

Grupo 16 de 1º de Ciencias Ambientales, 28 de octubre de 2004, primer examen orientativo.

Los Problemas 1 y 2 sirven para aprobar. Nota única de aprobado: 5 puntos. Nota de suspenso: de 0 a 3 puntos.

Los Problemas 3 y 4 se proponen para sacar notable (entre 7 y 8.9 puntos) o sobresaliente (9 puntos). Pero, también pueden servir para aprobar en el caso de fallos en los Problemas 1 y 2.

Problema 1.- Dada la función $f(x, y) = x^3 + xy^2$, hallar:

1. la recta tangente a la curva $z = f(x, 2)$ en el punto $x_0 = 1$;
2. la recta tangente a la curva $z = f(1, y)$ en el punto $y_0 = 2$.

Nota.- Una recta en \mathbb{R}^3 viene dada por la intersección de dos planos.

Problema 2.- Decir cuales de los puntos siguientes $(3, 2)$, $(4, 1)$, $(5, 5)$, $(6, 5)$ y $(0, 0)$ están dentro de la circunferencia

$$x^2 + y^2 - 4x - 6y + 9 = 0.$$

Problema 3.- (2'5 puntos)

Hallar el límite doble

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{|y|}{x^2} \exp\left(\frac{-|y|}{x^2}\right),$$

si existe.

Problema 4.- (2'5 puntos)

Sea D el cuadrado abierto formado por los puntos (x, y) tales que $0 < x < 1$, $0 < y < 1$. Consideremos las funciones $f(x, y)$ y $g(x, y)$ definidas sobre D de la siguiente manera: Si

$$x = 0, a_1 a_2 a_3 \dots a_n \dots, \quad y = 0, b_1 b_2 b_3 \dots b_m \dots$$

son los desarrollos decimales de x e y , respectivamente, donde $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ y $b_1, b_2, \dots, b_m, \dots$ son cifras de $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$, definimos

$$f(x, y) := 0, a_1 b_2 a_3 b_4 a_5 b_6 \dots; \quad g(x, y) := 0, a_1 b_1 a_2 b_2 a_3 b_3 \dots$$

¿Son continuas las funciones $f(x, y)$ y $g(x, y)$ en cualquier punto de D ?