

Cálculo y Álgebra

Grupo 16 de 1º de Ciencias Ambientales, 25 de octubre de 2005, primer examen orientativo.

Los Ejercicios 1 y 2 sirven para aprobar. Nota única de aprobado: 5 puntos. Nota de suspenso: de 0 a 3 puntos.

Los Ejercicios 3 y 4 se proponen para sacar notable (entre 7 y 8.9 puntos) o sobresaliente (9 puntos). Pero, también pueden servir para aprobar en el caso de fallos en los Ejercicios 1 y 2.

Ejercicio 1.- Demostrar que las curvas de nivel de la función

$$z = f(x, y) = \frac{x}{x^2 + y^2}$$

son circunferencias. Hallar su centro y su radio.

Ejercicio 2.- Demostrar que no existe el límite

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,3)} \frac{x-1}{(x-1)^2 + (y-3)^2}.$$

Ejercicio 3.- (2'5 puntos) Suponiendo que la Tierra es una esfera de radio 6.371 km, hallar la longitud de la mínima curva que une los puntos P y Q de la superficie terrestre dados por sus coordenadas geográficas

$$P \begin{cases} 42^\circ 50' 55'' \text{ latitud Norte} \\ 2^\circ 40' 33'' \text{ longitud Oeste} \end{cases}$$

$$Q \begin{cases} 41^\circ 24' 02'' \text{ latitud Norte} \\ 2^\circ 10' 19'' \text{ longitud Este.} \end{cases}$$

[Respuesta: 430,68 km]

Ejercicio 4.- (2'5 puntos) ¿Se pueden cortar dos curvas de nivel de una función $f(x, y)$? Más concretamente, ¿pueden tener algún punto común las curvas $f(x, y) = c_1$ y $f(x, y) = c_2$, si $c_1 \neq c_2$?