Cálculo y Álgebra

Grupo 16 de 1º de Ciencias Ambientales, 26 de octubre de 2006, primer examen orientativo.

Los Ejercicios 1 y 2 sirven para aprobar. Nota única de aprobado: 5 puntos. Nota de suspenso: de 0 a 4 puntos.

Los Ejercicios 3 y 4 se proponen para sacar notable (entre 7 y 8.9 puntos) o sobresaliente (9 puntos). Pero, también pueden servir para aprobar en el caso de fallos en los Ejercicios 1 y 2.

Ejercicio 1.- Decir cuáles de los puntos siguientes $(3,2)$, $(4,1)$, $(5,5)$, $(6,5)$ y $(0,0)$ están en el interior de la circunferencia

$$x^2 + y^2 - 4x - 6y + 9 = 0.$$

Ejercicio 2.-

Demostrar que no existe el límite

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy^2}{x^2 + y^4}$$

aunque todos sus límites direccionales son iguales a cero.

Ejercicio 3.- (2,5 puntos)

Sea la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ y sea C el cilindro $x^2 + y^2 = 4$; por tanto, C es el cilindro circunscrito a la esfera de generatrices paralelas al eje z. El punto $(1, 1, \sqrt{2})$ pertenece a la esfera. Sea r la semirrecta que arranca del origen y pasa por el punto dado. ¿En qué punto corta r a C?

Ejercicio 4.- (2,5 puntos) Sean C la circunferencia $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 1$ y $(a, b) \in \mathbb{R}^2$, $(a, b) \neq (0, 0)$. Llamemos $r(a, b)$ a la recta de ecuaciones paramétricas

$$\begin{cases} x = 1 + at, \\ y = 1 + bt. \end{cases}$$

(a) Hallar los vectores (a, b) tales que la recta $r(a, b)$ corta a C.

(b) Si $r(a, b)$ corta a C en los puntos P_1 y P_2, definamos la función $f(a, b) := \mathrm{d}(P_1, P_2)$ (distancia de P_1 a P_2). Demostrar que $f(a, b)$ es una función continua de (a, b).