

# Cálculo y Álgebra

**Grupo 16** de 1º de Ciencias Ambientales, 18 de diciembre de 2005, tercer examen orientativo, Curso 2005–06.

## Ejercicio 1.-

Sea la función vectorial  $\vec{r}(t) := (\cos t, \ln t, t^3 - 5t)$ . Hallar la recta tangente  $T$  a la curva  $\vec{r}(t)$  en el punto correspondiente a  $t = 1$ . Hallar el punto de corte de la recta  $T$  con el plano  $x - y + z = 2$ . Finalmente, sea la función  $f(x, y, z) := xy^2z^4$ , hallar

$$f'(\vec{r}(1); \vec{r}'(1)).$$

## Ejercicio 2.-

 ¿Es una esfera la superficie de ecuación

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 16z + 266 = 0?$$

En caso afirmativo hallar su centro y su radio. Dar razones.

**Ejercicio 3.-** (2,5 puntos) Si el gradiente  $\nabla f(x, y, z)$  de una función  $f(x, y, z)$  es paralelo al vector  $(x, y, z)$ , demostrar que para todo  $a > 0$  se sigue que  $f(0, 0, a) = f(0, 0, -a)$ .

## Ejercicio 4.-

 (2'5 puntos)

¿Cuáles de las siguientes diferenciales son exactas?

- $df = (x^2 + y^2) dx + 2xy dy$
- $df = (x + x^3 + y^2) dx + 2x^3y dy$
- $df = \operatorname{sen}(xy) dx + y \cos x dy$

Hallar la función  $f(x, y)$  para las exactas.