Cálculo y Álgebra

Grupo 16 de 1º de Ciencias Ambientales, 20 de diciembre de 2006, tercer examen orientativo.

Ejercicio 1.- Sea la función

$$f(x, y, z) = 1 + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Probar que no existe la derivada parcial $f'_z(0, 0, 0)$. ¿En qué puntos es diferenciable la función $f(x, y, z)$?

Ejercicio 2.- Comprobar que la recta $19x + 6y = 44$ es la recta tangente a la curva $2x^3y^2 - x^2y^6 - xy = 10$ en el punto $(2, 1)$.

Ejercicio 3.- (2,5 puntos) Para cada una de las funciones $f(x, y)$ que figuran más abajo, se ha definido la función

$$\varphi(t) := f(1 + 2t, 1 - t)$$

y se ha representado la gráfica de $\varphi(t)$ en la Figura 1.

1. $f(x, y) = (x^2 + 3y^2)\mathrm{e}^{(1-x^2-y^2)}$;
2. $f(x, y) = (x - 1)^2 + (y - 1)^2 + 2$;
3. $f(x, y) = x^2y^3 + 2$;
4. $f(x, y) = (x - 1)^3 + y + 1$;
5. $f(x, y) = -2x - y + 6$;
6. $f(x, y) = 2x^2 + y^2 - 4xy + 4$.

Emparejar cada gráfica de $\varphi(t)$ con la función $f(x, y)$ a la que está asociada. Razónese.

Ejercicio 4.-(2,5 puntos) Sabiendo que un campo vectorial plano

$$\vec{\boldsymbol{F}}(x, y) := \big(P(x, y), Q(x, y)\big)$$

es el campo de gradientes de una función potencial $f(x, y)$ si y sólo si

$$\frac{\partial P}{\partial y}(x, y) = \frac{\partial Q}{\partial x}(x, y),$$

averiguar cuál de las dos Figuras 2 y 3 no es un campo de gradientes. Argumentar la respuesta.

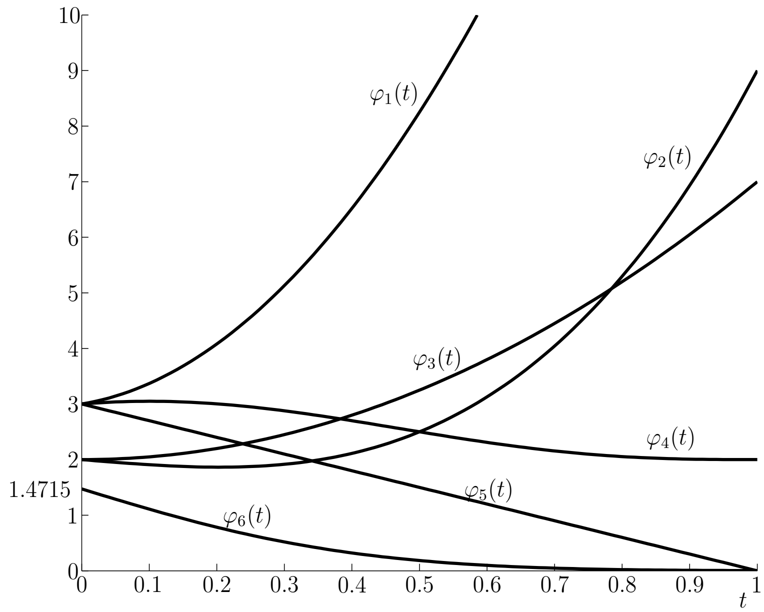

Figura 1: Gráficas de las $\varphi_i(t), i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$.

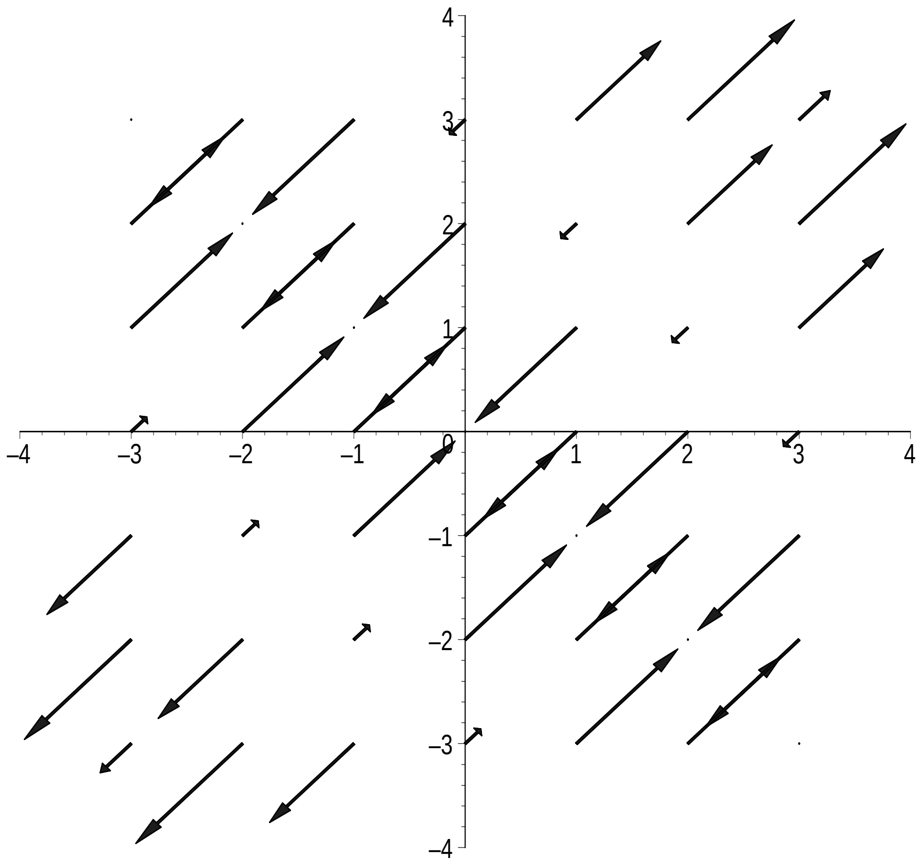

Figura 2: Campo vectorial.

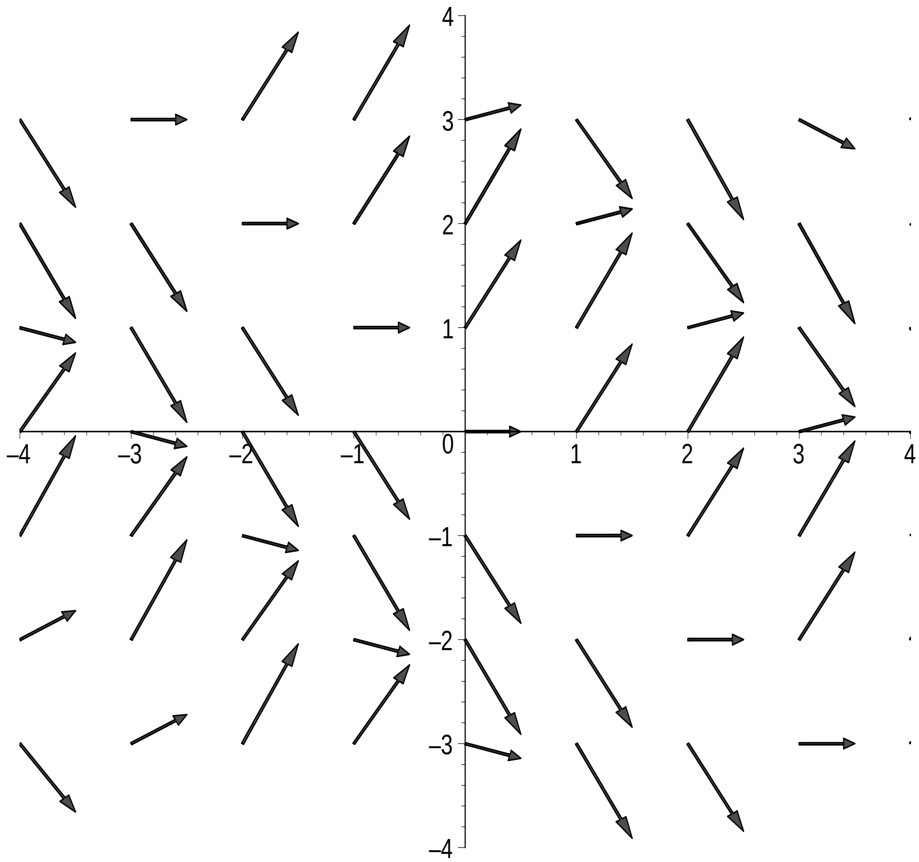

Figura 3: Campo vectorial.