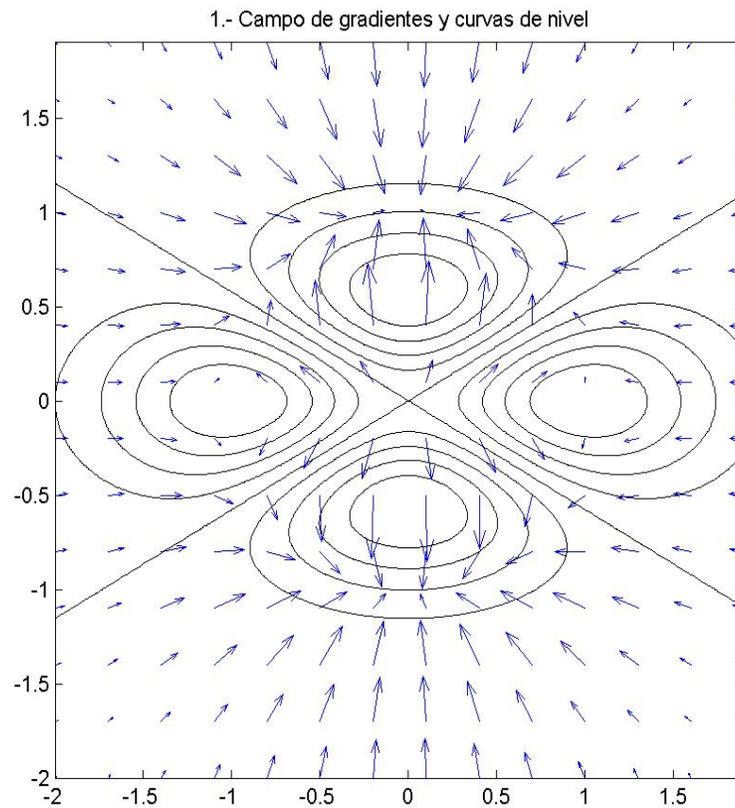


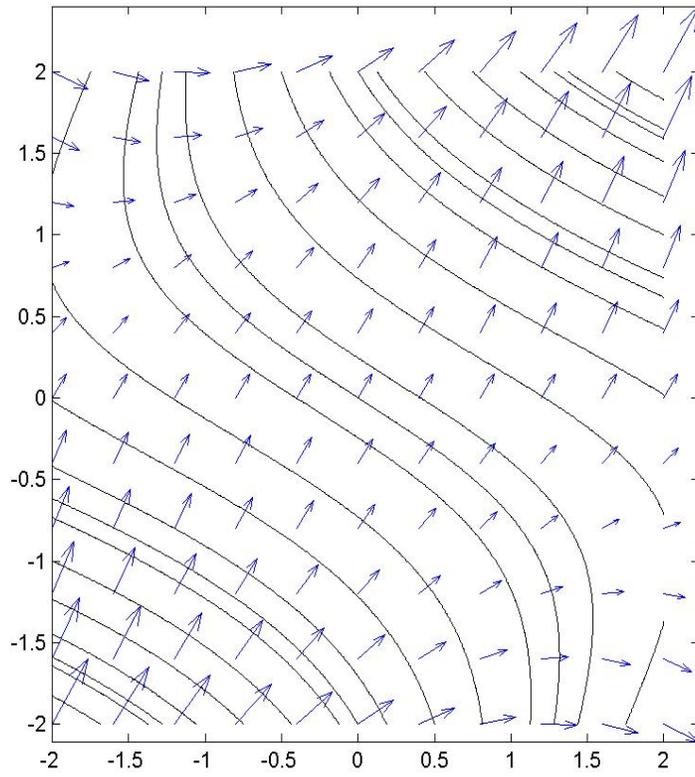
Cálculo y álgebra

Grupo 16 de 1º de Ciencias Ambientales, 7 de enero de 2004, cuarto examen orientativo.

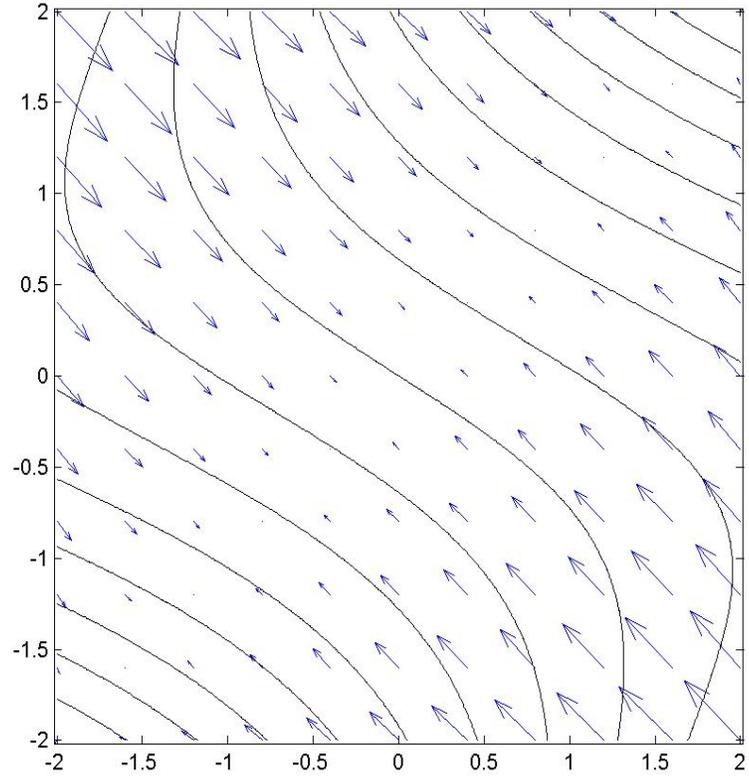
Ejercicio 1.- En cada una de las seis figuras que siguen se muestran el campo de gradientes y el mapa de curvas de nivel de una función $f(x, y)$. Pero algunas figuras son erróneas. Decir cuáles son las correctas, dando razones.



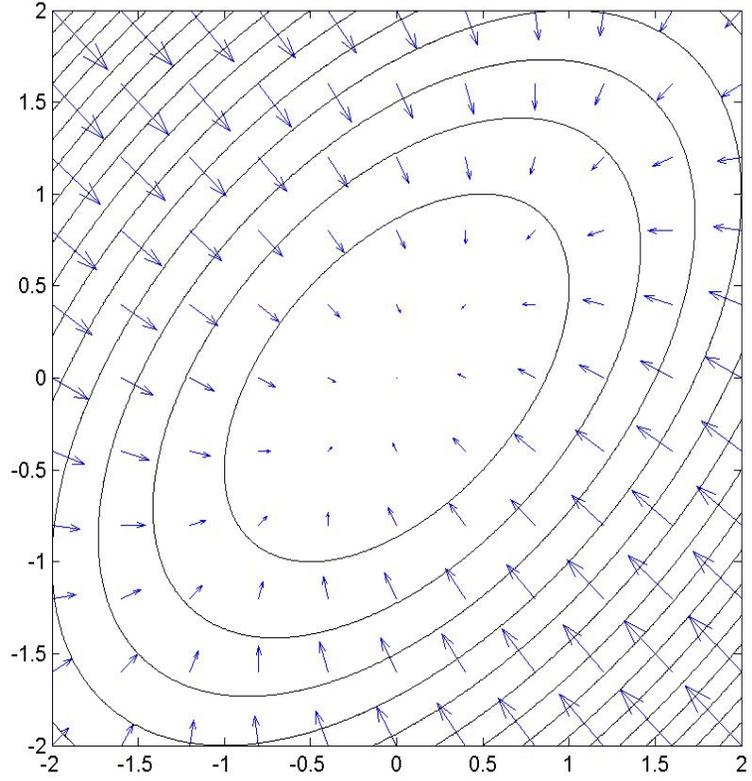
2.- Campo de gradientes y curvas de nivel



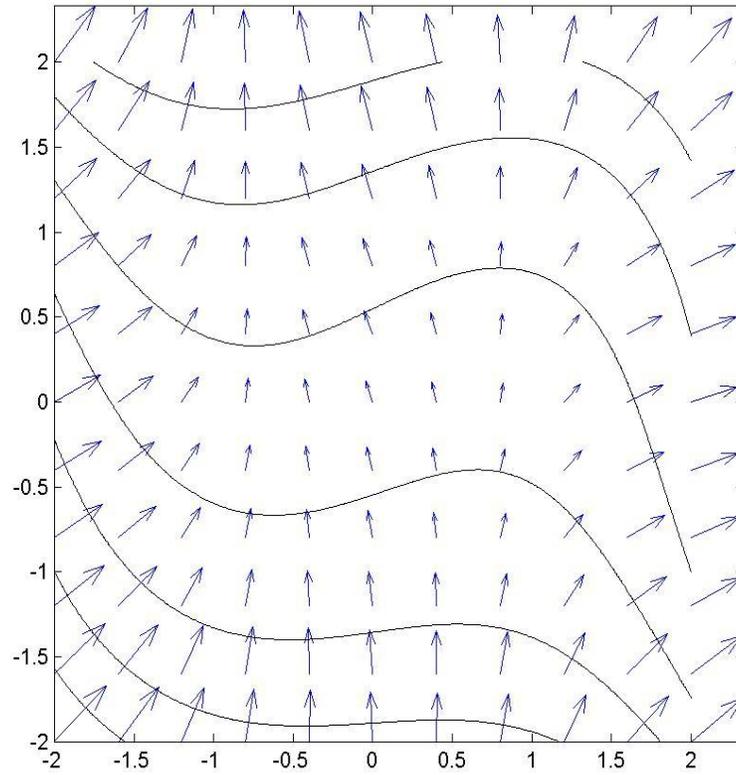
3.- Campo de gradientes y curvas de nivel



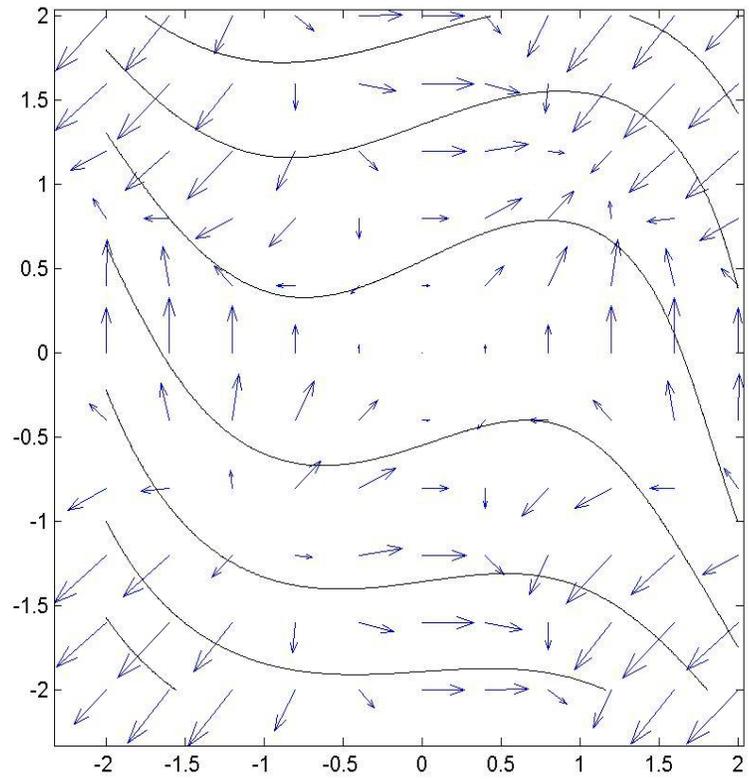
4.- Campo de gradientes y curvas de nivel



5.- Campo de gradientes y curvas de nivel



6.- Campo de gradientes y curvas de nivel



Ejercicio 2.- Sea la función $f(x, y, z) := x^2 + y^2 + z^2 - xyz$. Probar que tiene un mínimo relativo y cuatro puntos de ensilladura.

Ejercicio 3.- (2'5 puntos) Demostrar que la curva

$$\begin{cases} x^2 - y^2 + z^2 = 1, \\ xy + xz = 2, \end{cases}$$

es tangente a la superficie

$$xyz - x^2 - 6y = -6$$

en el punto $(1, 1, 1)$.

Ejercicio 4.- (2'5 puntos)

(a) Hallar los tres primeros puntos

$$(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3),$$

obtenidos al aplicar el método de descenso por la máxima pendiente para encontrar el mínimo de la función

$$f(x, y) = x^2 + 3y^2,$$

comenzando en el punto inicial $(x_0, y_0) = (6, 3)$.

(b) ¿Qué sucede si se aplica este método a la función $f(x, y) = x^2 + y^2$? Dar una explicación.