

Kalkulu eta Aljebra

Ingurugiro Zientziak 1.maila .(06/02/02)

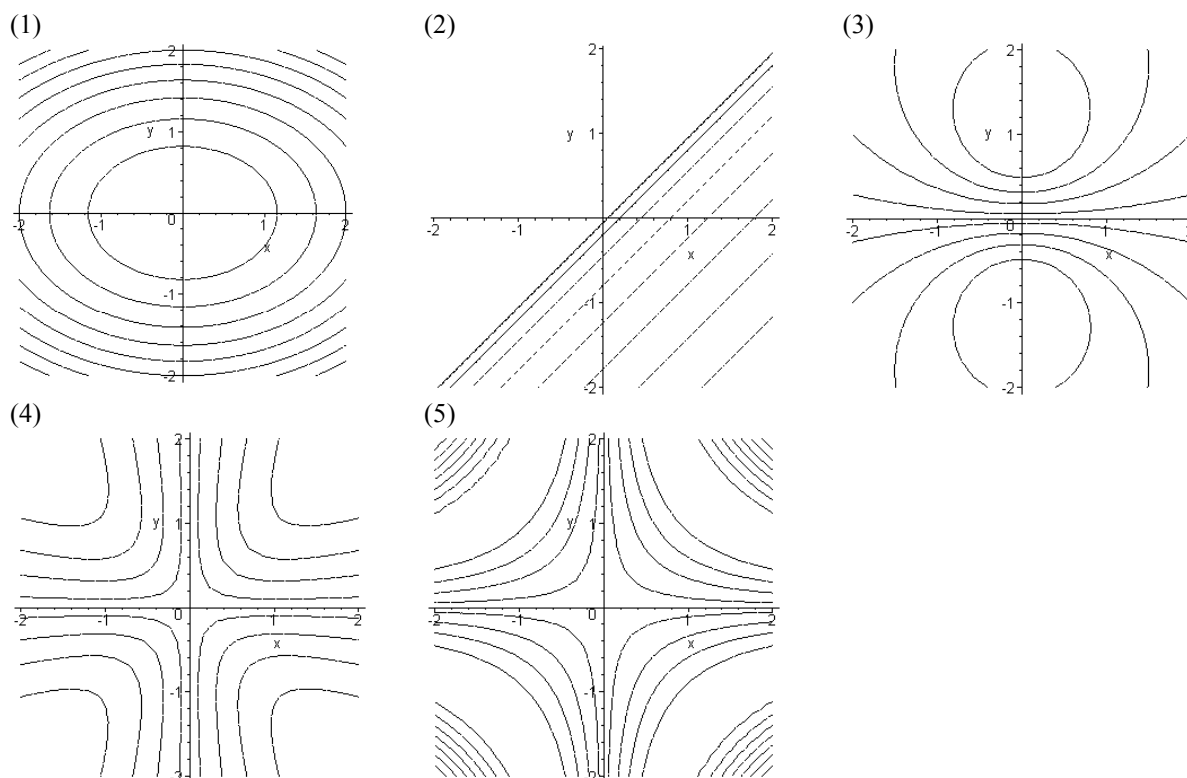
4 Ariketa dira. Bakoitzak 2,5 puntu balio du. 1 eta 2 ariketek gainditzeko balio dute. Gainditzeko nota 5 puntu. Suspenditzeko nota 0 eta 3 bitartean. 3. eta 4. ariketek oso ongi (7 eta 8,9) edo bikain (9 puntu) ateratzeko edo lehengo bietan 3 baino gehiago lortu bada, gainditzeko ere izan daitezke. Azterketa bitartean ez da galderarik erantzungo.

1. ariketa Ondorengo grafikoetan hainbat funtzioen maila lerroak eta gradiente eremuak azaltzen dira, lotu, posible denean, funtzioaren formula dagozkion maila lerroak eta gradiente eremuarekin (agian guztiak ez daude lotuta) Justifikatu ere lotu gabe gelditzen direnak :

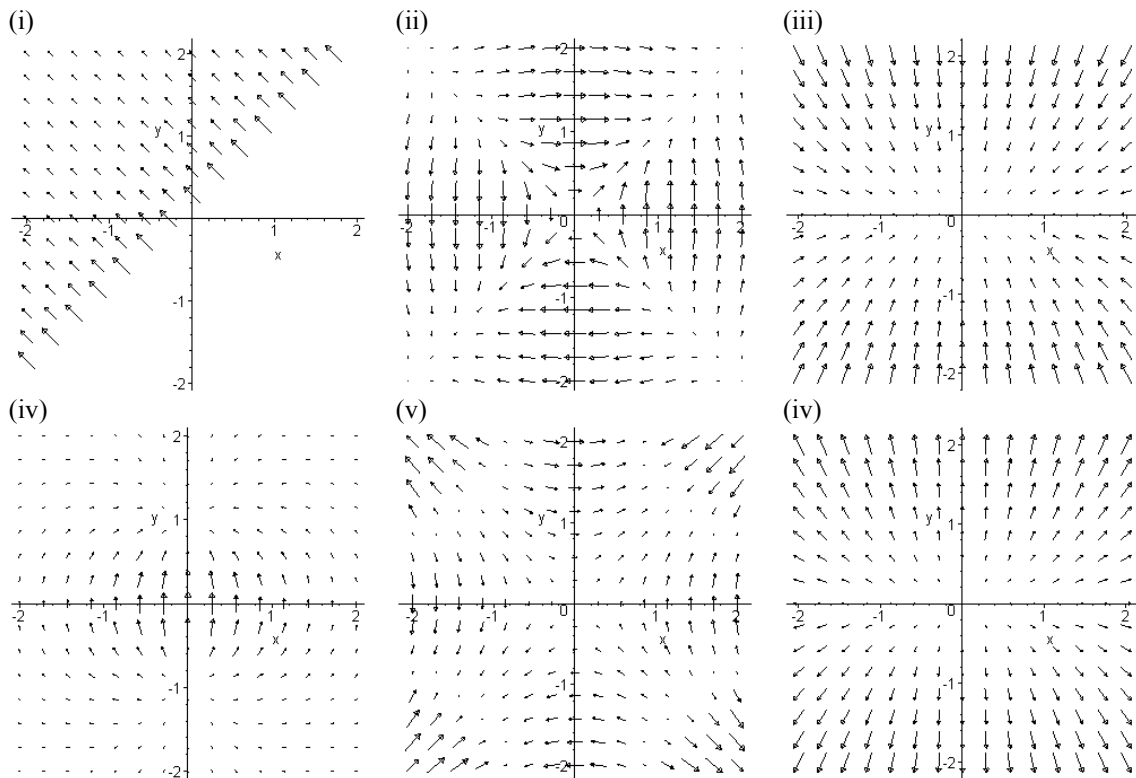
I- Funtzioak

(a) $f_a(x,y) = \sin(xy)$ (b) $f_b(x,y) = \sqrt{x-y}$ (c) $f_c(x,y) = x^2 + 2y^2 + 4$ (d) $f_d(x,y) = \frac{y}{x^2 + y^2 + 1}$ (e) $f_e(x,y) = e^{x-y}$

II-Maila lerroak



III-Gradiente eremuak



2. ariketa Bilatu eta sailkatu $f(x, y) = x^2 - 5\sqrt{x^2 + y^2}$ funtzioaren puntu kritikoak

3. ariketa (2,5puntu) $\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} = \sqrt{a}$, $a > 0$ gainazala emanda

(a) Bilatu $P(x_0, y_0, z_0)$ puntuan gainazalarekiko plano ukitzailearen ekuazioa
 Demostratu plano honek ardatz koordinatuak ebakitzean sortzen dituen segmentuen luzeren batura konstantea dela

(b) Bilatu $P(\frac{a}{9}, \frac{a}{9}, \frac{a}{9})$ puntuan $f(x, y, z) = \sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}$ funtzioaren norabide deribatua, $x^2 + y^2 + 2z^2 = 4$ elipsoidearekiko, $Q(1, 1, 1)$ puntuan, kanpoko bektore normalaren arabera

4. ariketa (2,5puntu) Izan bitez $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 - 3y^2x}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \text{ bada} \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \text{ bada} \end{cases}$, eta,

$$g(r, \theta) = f(r \cos \theta, r \sin \theta) = \begin{cases} r \cos 3\theta & r \neq 0 \text{ bada} \\ 0 & r = 0 \text{ bada} \end{cases} \text{ funtzioak}$$

Diferentziagarria al da $f(x, y)$ funtzioa jatorrian?

Diferentziagarria al da $g(r, \theta)$ funtzioa $(0, \theta)$ erako puntuetan ($r=0$, θ edozein)?

Kontraesanean al dago aurreko emaitza katearen erregelarekin?