

Ampliación de Matemáticas

1º de Ciencias Ambientales, 14 de junio de 2004, examen.

Ejercicios para aprobar.

Ejercicio 1.- Hallar la solución del problema de condiciones iniciales

$$\begin{cases} x'' + x' - 2x = 0, \\ x(0) = 0, x'(0) = 1. \end{cases}$$

Ejercicio 2.- Emparejar cada ecuación diferencial con el campo de pendientes que le corresponda en las Figuras 1, 2, 3 y 4:

$$(1) x' = t^2 - 2x; \quad (2) x' = 2t^2 x; \quad (3) x' = tx; \quad (4) x' = \sin(x - 2).$$

Ejercicios para mejorar la nota.

Ejercicio 3.- (2,5 puntos) Hallar aproximadamente la integral $\int_0^1 \sin x(t) dt$ siendo $x(t)$ la solución del problema de condición inicial

$$\begin{cases} x' = t + x \cos x, \\ x(0) = 2. \end{cases}$$

Ejercicio 4.- (2'5 puntos)

- I. Sean $f(t)$ y $g(t)$ funciones periódicas de periodos positivos mínimos $p > 0$ y $q > 0$, respectivamente. ¿Qué condición deben satisfacer los números p y q para que la función suma $h(t) := f(t) + g(t)$ sea periódica?
Cuando se cumpla dicha condición, ¿será cierto que $\bar{h} = \bar{f} + \bar{g}$, denotando por $\bar{}$ el valor medio de cada función?
- II. Sabiendo que el periodo positivo mínimo de las funciones $\sin t$ y $\cos t$ es 2π , demostrar que la función $h(t) := \sin 3t + \cos 7t$ es periódica y hallar su periodo positivo mínimo.

Nota.- Por razones de equidad no se contestarán preguntas en el examen.

Tiempo: 4 horas.

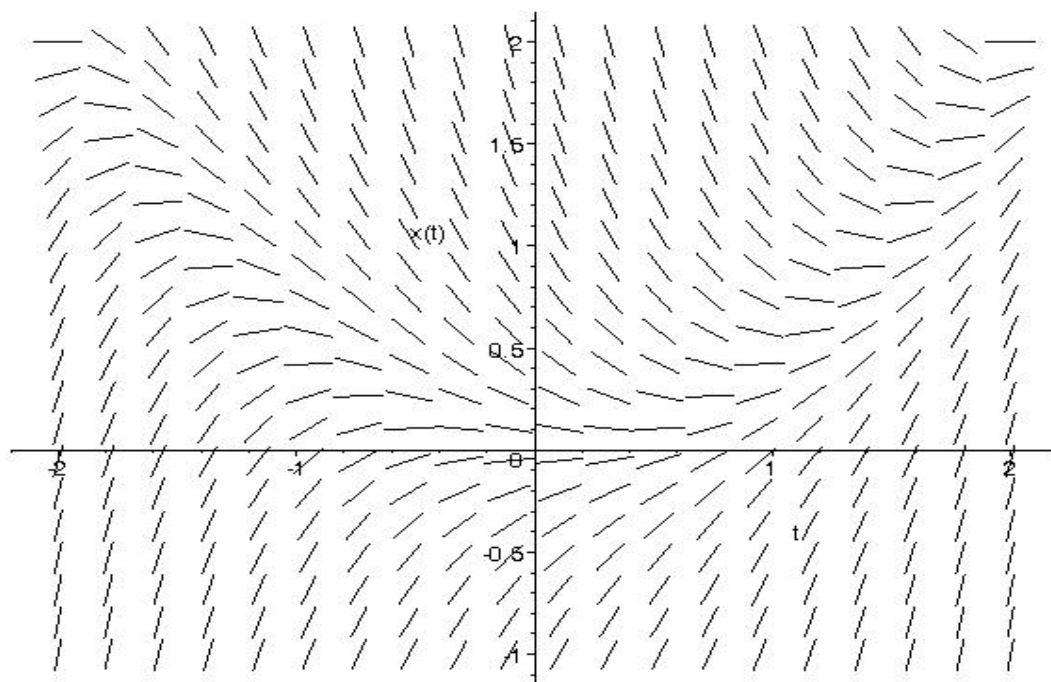


Figura 1: Campo de pendientes.

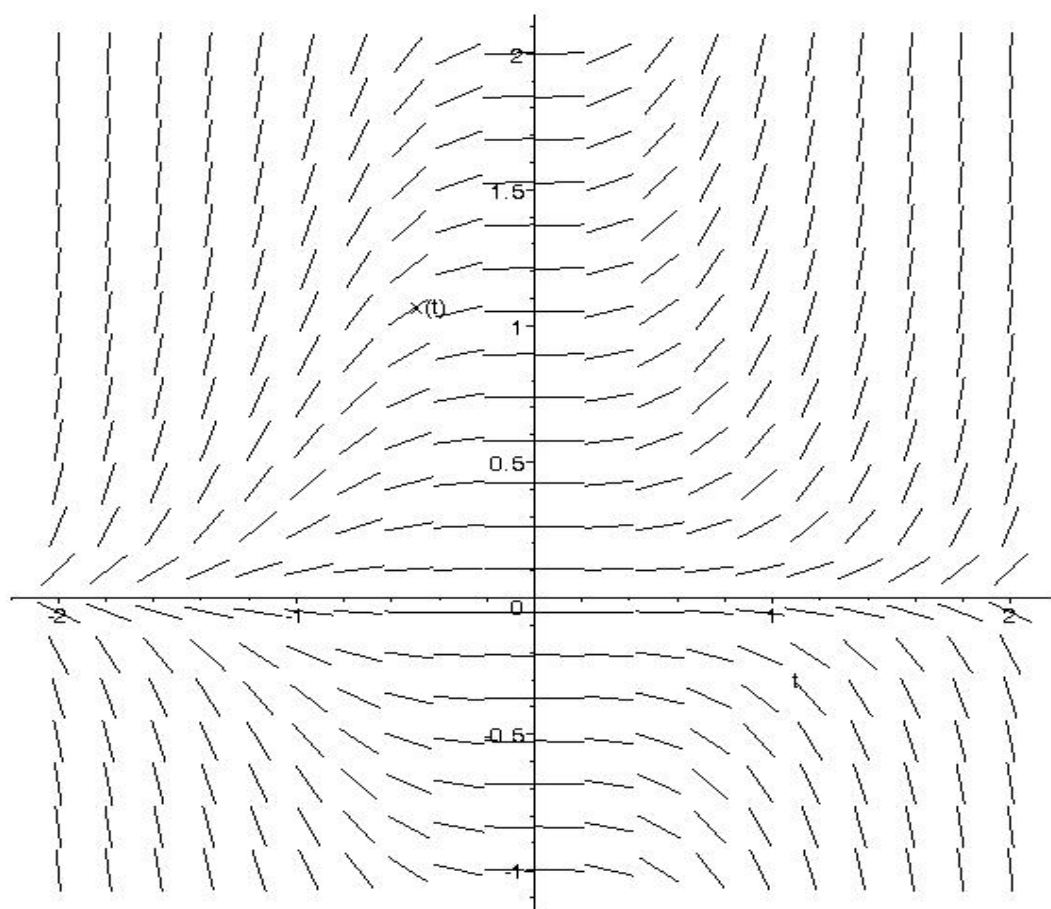


Figura 2: Campo de pendientes.

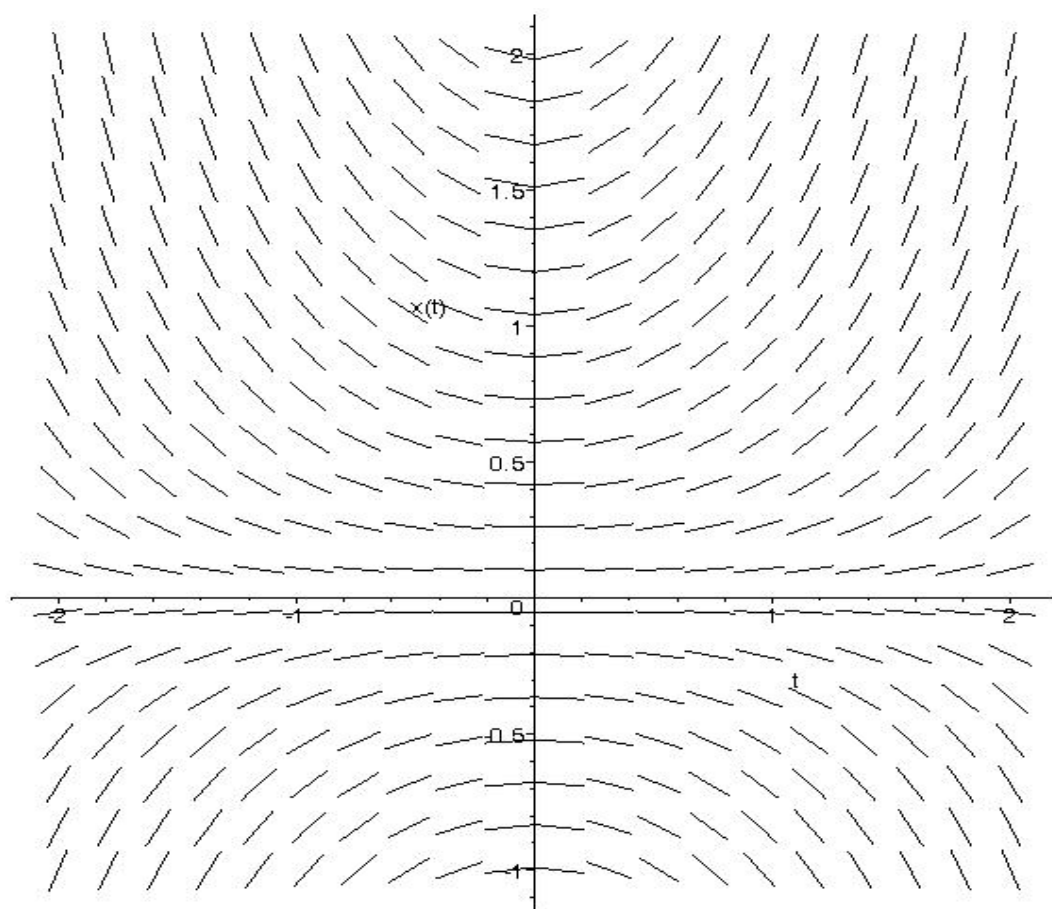


Figura 3: Campo de pendientes.

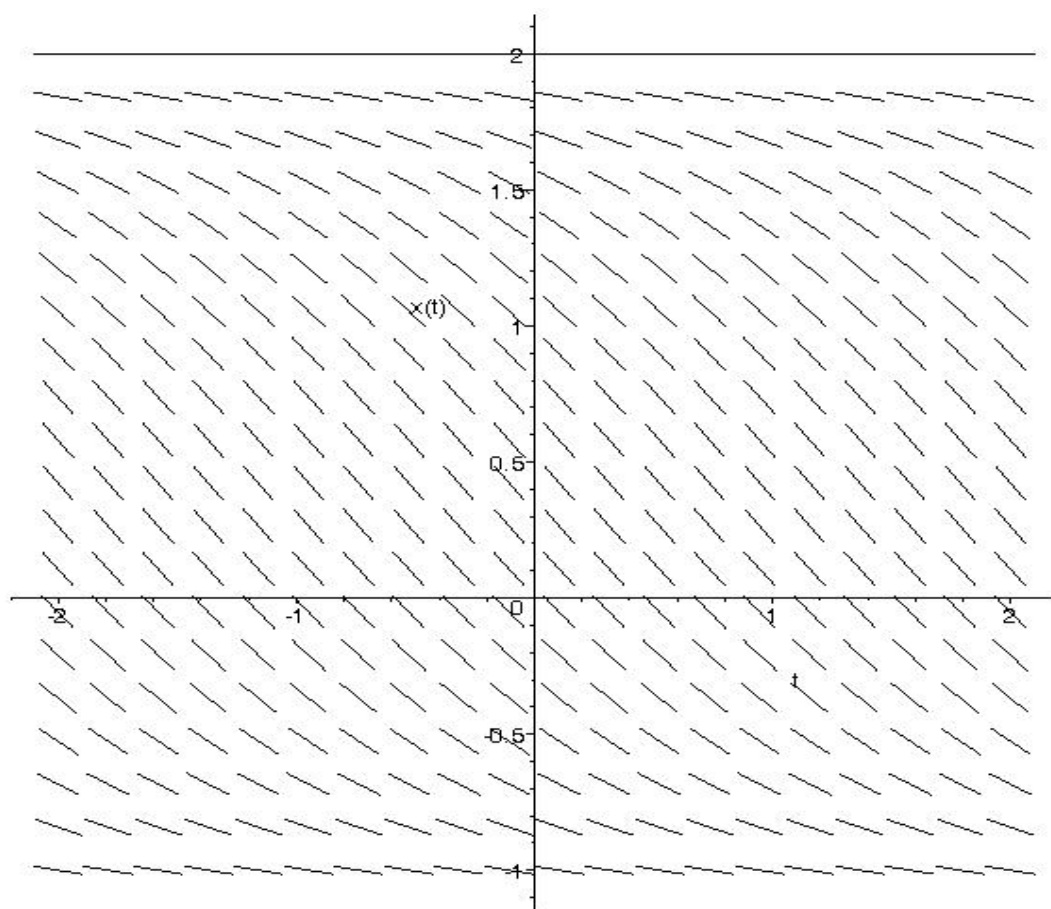


Figura 4: Campo de pendientes.