

Ampliación de Matemáticas

1º de Ciencias Ambientales, 15 de septiembre de 2004, examen.

Ejercicios para aprobar

Ejercicio 1.- Decir cuáles de los campos de direcciones de las Figuras 1, 2, 3, 4 y 5 corresponden a un sistema de Volterra-Lotka

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x(a - by), \\ \frac{dy}{dt} = y(dx - c), \end{cases}$$

con $a, b, c, d > 0$.

Ejercicio 2.- Sea $P(t)$ el número de millones de individuos de una población a los t años; de acuerdo con el modelo logístico, podemos suponer que

$$\begin{cases} \frac{dP}{dt} = 0,1P - 0,2P^2, \end{cases}$$

siendo la población inicial de 0,3 millones. Hallar la función $P(t)$. Hallar la población máxima posible.

Ejercicios para mejorar la nota

Ejercicio 3.- (2'5 puntos) Hallar aproximadamente $x'''(1)$ siendo $x(t)$ la solución del problema de condiciones iniciales

$$\begin{cases} x'' = x + t \operatorname{sen} x', \\ x(0) = 1, x'(0) = 0. \end{cases}$$

Ejercicio 4.- (2'5 puntos) Hallar el periodo positivo mínimo de la función periódica $f(t) := 3 \operatorname{sen} 2t + \cos 3t - 5 \operatorname{sen} 7t$. Calcular el valor medio \bar{f} .

Nota.- Por razones de equidad no se contestarán preguntas en el examen.

Tiempo: 4 horas.

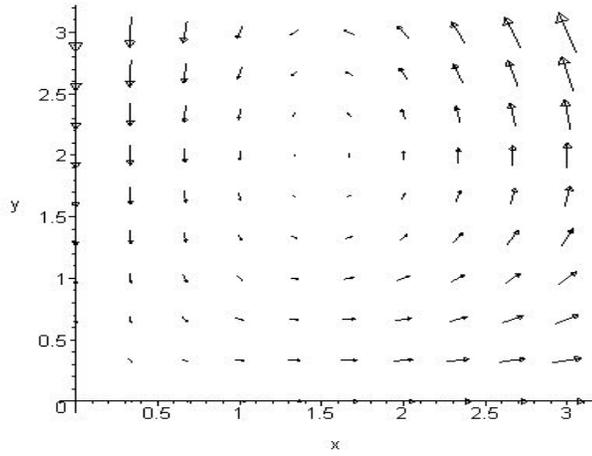


Figura 1: Campo de direcciones.

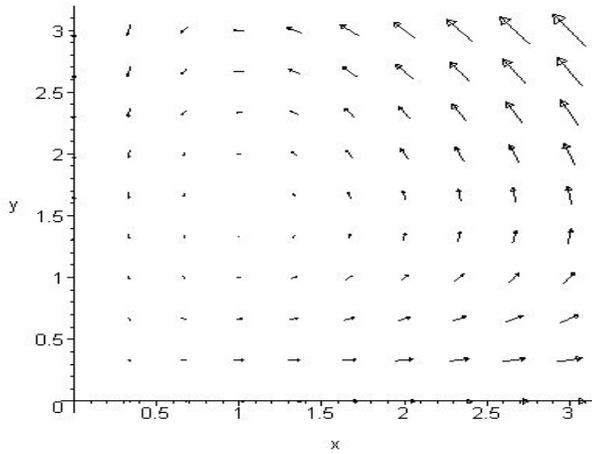


Figura 2: Campo de direcciones.

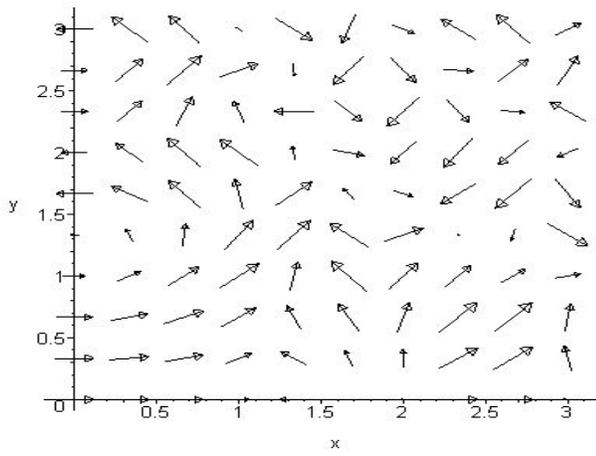


Figura 3: Campo de direcciones.

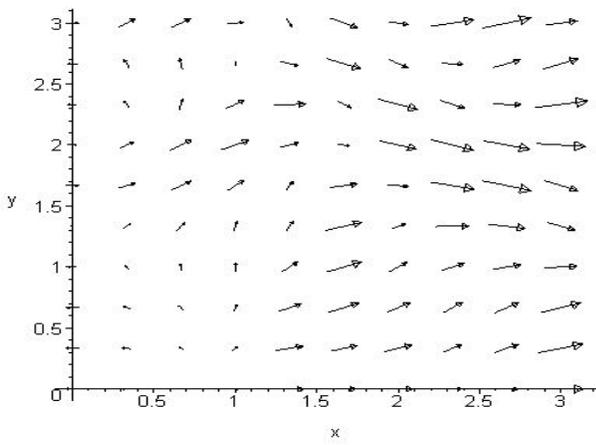


Figura 4: Campo de direcciones.

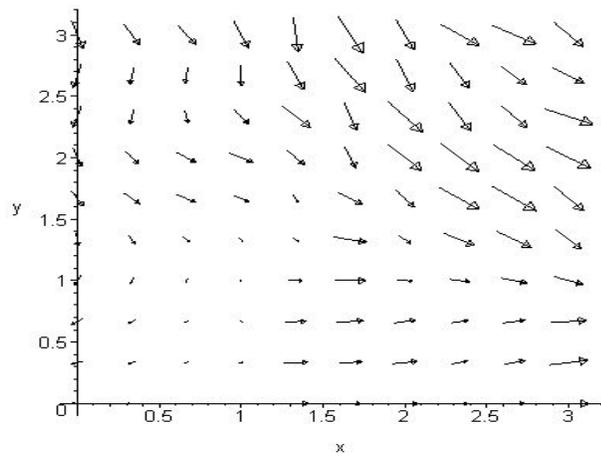


Figura 5: Campo de direcciones.