El peligro lineal

Juan-Miguel Gracia*

28 de septiembre de 2004

Me gustaría que alguien indagase en las razones por las que nuestros actuales alumnos de primero de universidad hacen cálculos algebraicos balbuceantes. En particular, querría hacer algunos comentarios sobre los numerosos errores que cometen por creer que todas las transformaciones que hacen son lineales. Creo que responde a raíces psicológicas profundas y no sólo al escaso número de horas semanales de clase de matemáticas (tres en vez de cinco o seis).

He aquí una colección de disparates perpetrados de forma reiterada y contumaz:

$$
\begin{aligned}
\frac{a}{b+c} &= \frac{a}{b} + \frac{a}{c}\\
\sqrt{a+b} &= \sqrt{a} + \sqrt{b}\\
\mathrm{e}^{x+y} &= \mathrm{e}^{x} + \mathrm{e}^{y}\\
\mathrm{e}^{3\ln x} &= 3x\\
\frac{1}{a+b} &= \frac{1}{a} + \frac{1}{b}\\
\frac{1}{p} = 2 - \frac{1}{A} &\Rightarrow p = \frac{1}{2} - A\\
\frac{ab}{c+db} &= \frac{a}{c+d}\\
2 + \frac{a}{a} &= 2\\
a + (b-a)d &= bd
\end{aligned}
$$

A veces en el examen de un mismo alumno hay varios errores de éstos. Los

*Department of Applied Mathematics and Statistics, The University of the Basque Country, Faculty of Pharmacy, P.O. Box 450, E-01080 Vitoria-Gasteiz, Spain, mepgrmej@vc.ehu.es

ejemplos siguientes están sacados de exámenes de alumnos durante 2003 y 2004.

$$
\begin{aligned}
(1+x^2+y^2)^2 &= 1+x^4+y^4 \\
(1+x^4+y^4)^2 &= 1+x^8+y^8 \\
\sqrt{y^2+1} &= y+1 \\
\frac{1}{p} = 2 - \frac{1}{A} \Rightarrow p &= \frac{1}{2} - A \\
\frac{1}{x} = -\frac{1}{y} + c \Rightarrow x &= -y + \frac{1}{c} \\
\sqrt{49 - a_2^2} &= 7 - a_2 \\
(b_1+b_2)^2 &= b_1^2 + b_2^2 \\
\ln(32+y) &= \ln 32 \cdot \ln y \\
7b_1 + b_2 = 8 \Rightarrow b_1 + b_2 &= \frac{8}{7} \\
\frac{0{,}03}{0{,}06 + 0{,}04\mathrm{e}^{-0{,}1t}} &= 0{,}5 + 0{,}75\mathrm{e}^{-0{,}1t} \\
\int \frac{\mathrm{d}P}{0{,}1P - 0{,}2P^2} &= \int \frac{\mathrm{d}P}{0{,}1P} - \int \frac{\mathrm{d}P}{0{,}2P^2} \\
0{,}2 \cdot 0{,}3 + (0{,}1 - 0{,}2 \cdot 0{,}3)\mathrm{e}^{-0{,}1t} &= 0{,}1\mathrm{e}^{-0{,}1t} \\
\frac{0{,}75\mathrm{e}^{2t}}{1 + 1{,}5\mathrm{e}^{2t}} &= 0{,}3
\end{aligned}
$$

Muchas veces, la maltratada es la regla de Barrow que, como todo el mundo sabe, sirve para definir la integral definida mediante la fórmula

$$\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t = f(b) - f(a);$$

y, de esta suerte, un alumno escribió que

$$\int_0^1 \cos(t^2 - 3)\,\mathrm{d}t = \cos(1^2 - 3) - \cos(0^2 - 3);$$

por lo que ... progresa adecuadamente.

Sin embargo, operadores lineales como el porcentaje (%) causan rechinar de dientes y cualquiera conoce que suponen desastre seguro en un examen: Si una sustancia radiactiva pierde el 25 % de su masa inicial en 10 años, ¿cuántos años tardará en perder el 50 % de su masa inicial? Pues 20 años, como es notorio. Hace unos 25 años algún economista llamó aumento *lineal* de sueldo para el que resulta de sumar una cantidad fija a todos los empleados (sic) y la expresión hizo fortuna durante más de una década. ¿Equivale el 75 % de una tarta a sus $\frac{3}{4}$ partes? Quién sabe, quizás .... Algunos profesores de Física y de Química de mi Facultad, prohíben a sus estudiantes utilizar la regla de tres, pues no saben calcular la cantidad que corresponde por unidad.

John Allen Paulos dice en su libro "El hombre anúmerico" que si recibiese un dólar por cada alumno americano que escribe que $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ en los exámenes de acceso a la universidad, se haría millonario. Amén.