

Ampliación de Matemáticas

Grupo 16 de 1º de Ciencias Ambientales, 29 de junio de 2006, examen.

Ejercicio 1.- Dada la ecuación diferencial

$$\frac{dx}{dt} = t^3 x + t^3,$$

- (1) Hallar la solución que satisface $x(0)=2$.
- (2) Hallar la solución constante.

Ejercicio 2.- Sea $x(t)$ la solución de una ecuación diferencial $x' = f(t, x)$ que satisface la condición inicial $x(0) = 1$. La Tabla 1 muestra los valores aproximados de $x(t)$ en los puntos indicados del intervalo $[0, 3]$. La ecuación diferencial está representada por su campo de pendientes mostrado en una de las Figuras 1, 2 ó 3. ¿Cuál es la figura que le corresponde? Razonar la respuesta.

Ejercicio 3.-(2,5 puntos) Sea $x(t)$ la solución del problema de condiciones iniciales

$$\begin{cases} x'' = -\cos x \\ x(0) = 1, x'(0) = 1 \end{cases}$$

Determinar una tabla de valores aproximados de la **función derivada** $x'(t)$ en el intervalo $[0, 1]$. Deducir de la tabla un mínimo relativo aproximado de $x'(t)$ y el punto aproximado t_1 donde se alcanza.

Ejercicio 4.- (2,5 puntos) Demostrar que no hay soluciones comunes a las ecuaciones diferenciales

$$\begin{aligned} x'' - x' - 2x &= 0, \\ x'' - 9x &= 0 \end{aligned}$$

salvo la función cero $x(t) \equiv 0$.

Indicación.- Hallar la solución general de las dos ecuaciones diferenciales; después derivar estas soluciones generales respecto de t hasta la derivada tercera; ...

Nota.-Por razones de equidad se ruega que no hagan preguntas durante el examen.

Tabla y figuras del Ejercicio 2.

t	$x(t)$
0	1
0.2	0.5278
0.4	- 0.0264
0.6	- 0.5312
0.8	- 0.8830
1.0	-1.0606
1.2	-1.0954
1.4	-1.0272
1.6	-0.8844
1.8	-0.6824
2	- 0.4252
2.2	- 0.1064
2.4	0.2968
2.6	0.8430
2.8	1.7002
3	3.5641

Tabla 1: Valores de $x(t)$

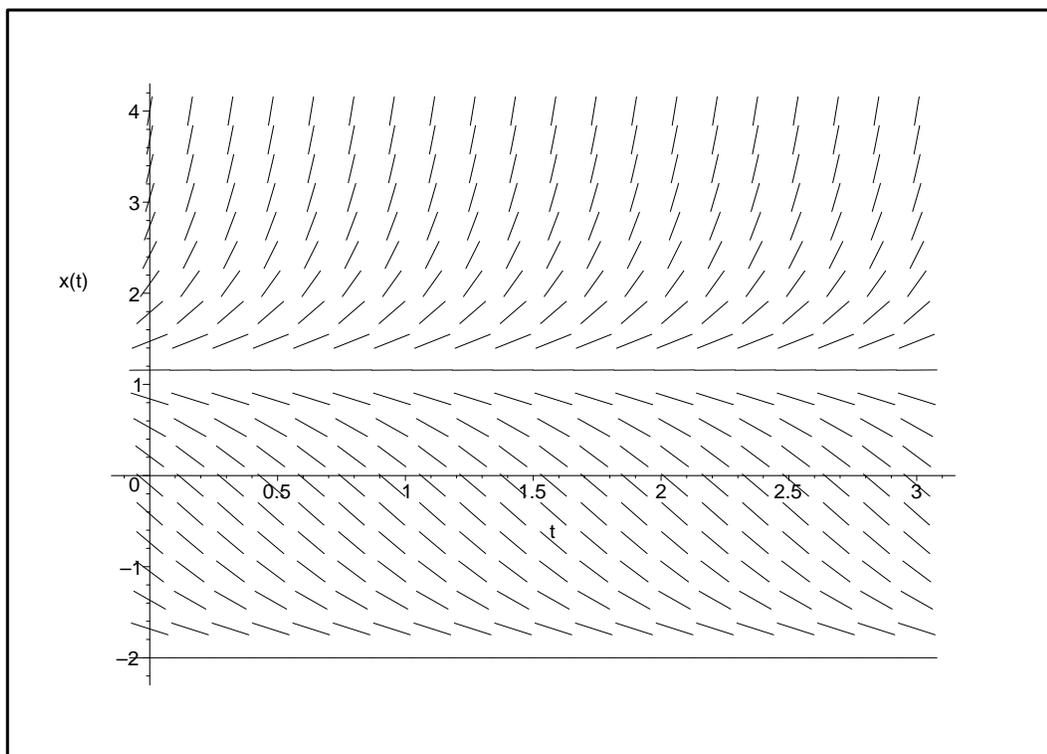


Figura 1: Campo de pendientes de $x' = f(t, x)$.

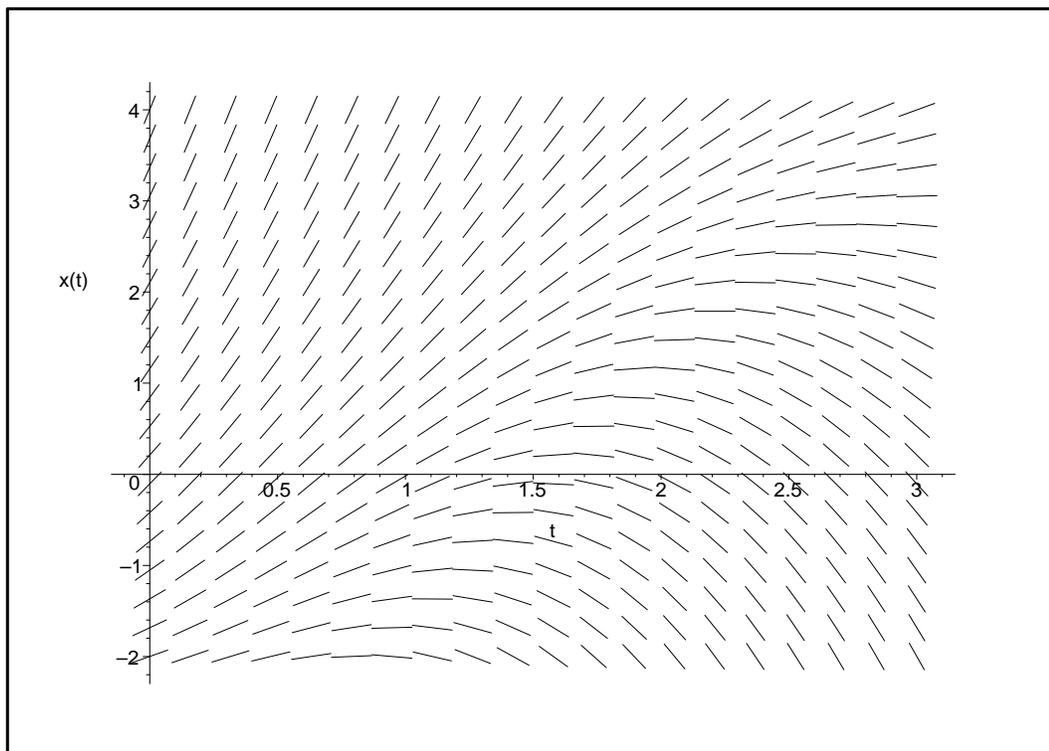


Figura 2: Campo de pendientes de $x' = f(t, x)$.

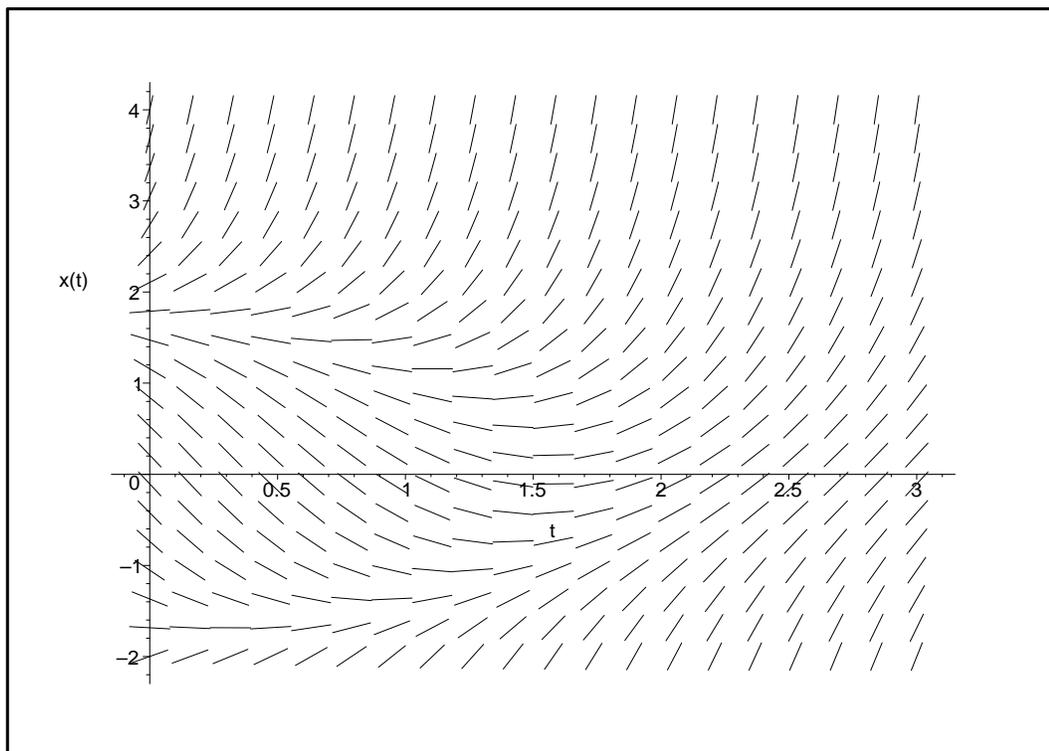


Figura 3: Campo de pendientes de $x' = f(t, x)$.