

Ampliación de Matemáticas

Grupo 16 de 1º de Ciencias Ambientales, 7 de septiembre de 2006, examen.

Ejercicio 1.- Dada la ecuación diferencial

$$\frac{dx}{dt} = tx - t^3,$$

Hallar la solución que satisface $x(0)=5$.

Ejercicio 2.- Hallar la solución $(x_1(t), x_2(t))$ del sistema de ecuaciones diferenciales lineales

$$\begin{cases} x_1' = x_1 + x_2, \\ x_2' = -2x_1 + 4x_2, \end{cases}$$

que satisface las condiciones iniciales $x_1(0) = -2, x_2(0) = 3$.

Ejercicio 3.-(2,5 puntos) Hallar la solución $x(t)$ de la ecuación diferencial

$$x' = \frac{x}{t} + t^2$$

que hace mínima la integral

$$\int_1^2 [x(t)]^2 dt.$$

Ejercicio 4.-(2,5 puntos) Consideremos la ecuación diferencial autónoma $x' = f(x)$, donde la gráfica de $f(x)$ viene dada por la Figura 1

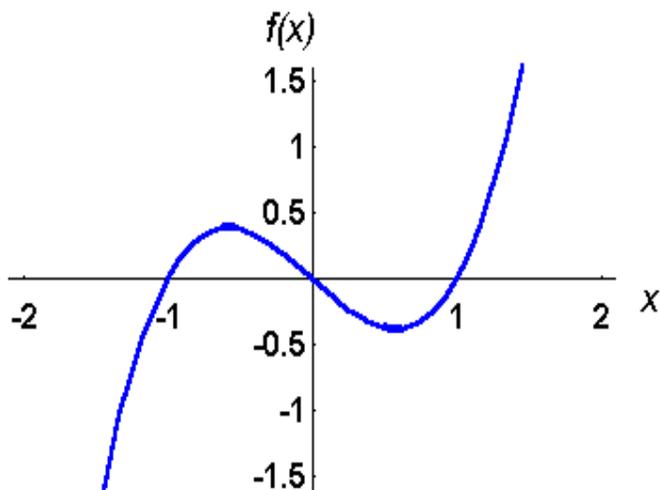


Figura 1: Gráfica de $f(x)$.

- (1) Dibujar el campo de pendientes de esta ecuación diferencial.
- (2) Dibujar la curva solución del problema de condición inicial

$$\frac{dx}{dt} = f(x), \quad x(0) = \frac{1}{2}$$

Hallar el límite $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t)$.

- (3) Dibujar la curva solución del problema de condición inicial

$$\frac{dx}{dt} = f(x), \quad x(0) = -\frac{1}{2}$$

Hallar el límite $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t)$.

Nota.-Por razones de equidad se ruega que no hagan preguntas durante el examen.

Duración: 4 horas.