

Cálculo y Álgebra. Curso 2006–2007

Grupo 16 de 1º de Ciencias Ambientales,
3 de septiembre de 2007, examen.

Ejercicio 1.- Hallar los planos tangentes a la esfera

$$(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 1)^2 = 4$$

que pasan por la recta que une los puntos $(-1, 3, 5)$ y $(3, -3, 2)$.

Ejercicio 2.- Dados los vectores $\mathbf{a} = (1, 1, 1)$ y $\mathbf{b} = (1, -1, 2)$ hallar los valores reales de x tales que

$$\|3\mathbf{a} + x\mathbf{b}\| \leq \|x\mathbf{a} - 2\mathbf{b}\|.$$

Solución.- Son los valores de x comprendidos entre las raíces de la ecuación $3x^2 + 20x + 3 = 0$.

Ejercicio 3.-(2,5 puntos) Probar que la función $f(x, y) := |xy|$ es diferenciable en $(0, 0)$.

Ejercicio 4.- (2'5 puntos) Comprobar que la función

$$f(x, y, z) := x^4 + y^4 + z^4 - 4xyz$$

tiene 5 puntos críticos. Averiguar cuáles son máximos, mínimos y puntos de silla.

Indicación.- Si en un punto crítico (x_0, y_0, z_0) la matriz hessiana no sirve para decidir su naturaleza, estudiar la cuestión mediante las funciones auxiliares

$$\varphi(t) := f(x_0 + at, y_0 + bt, z_0 + ct)$$

para diversos vectores (a, b, c) .

Tiempo: 4 horas.