

Ampliación de Matemáticas

Grupo 16 de 1º de Ciencias Ambientales, 10 de junio de 2008, examen.

Ejercicio 1.- Aplicando el método de Euler con 10 pasos en el intervalo $[0, 1]$ se ha obtenido la siguiente tabla de valores *aproximados* de $x(t)$, siendo $x(t)$ la solución del problema de condición inicial

$$\begin{cases} x' = 3x^2 + tx + 3,1416, \\ x(0) = -1. \end{cases}$$

t	$x(t)$
0,0	-1,0000
0,1	-0,3858
0,2	-0,0232
0,3	0,2916
0,4	0,6225
0,5	1,0281
0,6	1,6079
0,7	2,6012
0,8	4,7632
0,9	11,5027
1,0	50,4754

Hallar aproximadamente la integral

$$\int_0^1 \cos x'(t) dt.$$

Ejercicio 2.- Resolver el problema de condición inicial

$$\begin{pmatrix} x_1'(t) \\ x_2'(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 12 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix},$$
$$\begin{pmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 3.- De entre todas las soluciones $x(t)$ de la ecuación diferencial lineal homogénea de segundo orden

$$x'' - x = 0$$

que satisfacen la condición $x(0) = 1$, hallar la solución $x(t)$ que hace mínima la integral

$$\int_0^{\ln 2} [x(t)]^2 dt.$$

Ejercicio 4.- Demostrar que las funciones $f_1(t), f_2(t)$ dadas por la Figura 1 son linealmente independientes en el intervalo $[0, 1/2]$.

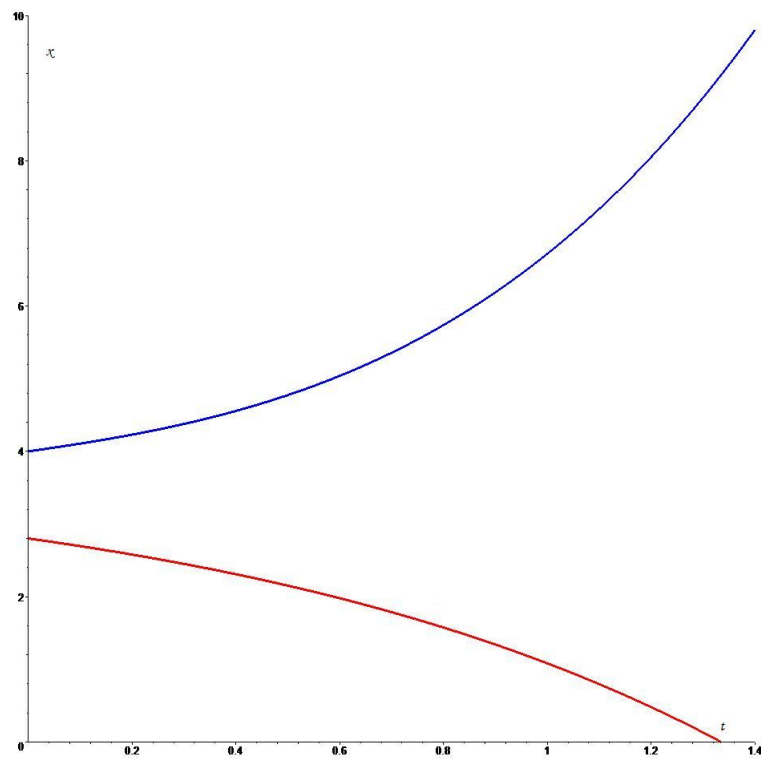


Figura 1: Funciones $f_1(t), f_2(t)$.