

Cálculo y Álgebra. Curso 2007–2008

Grupo 16 de 1º de Ciencias Ambientales,
2 de septiembre de 2008, examen.

Ejercicio 1.- Demostrar que la curva plana dada por la ecuación

$$\sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2} = 2\sqrt{(x+1)^2 + (y-1)^2}$$

es una circunferencia. Encontrar su centro y su radio.

Ejercicio 2.- Sea $z = \sin(x+2y) + \cos(x-2y)$. Demostrar que

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{1}{4} \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0.$$

Ejercicio 3.- Sea la función

$$f(x, y) := \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

- (a) Probar que $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0) = 0$, $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0) = 0$.
- (b) Demostrar que $f(x, y)$ no es diferenciable en $(0, 0)$.
- (c) Probar que $f(x, y)$ es continua en $(0, 0)$.

Ejercicio 4.- Sea la función

$$f(x, y) := \sqrt{x^2|y|}$$

- (a) Probar que $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0) = 0$, $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0) = 0$.
- (b) ¿Es diferenciable $f(x, y)$ en $(0, 0)$?

TIEMPO: 4 horas.