

Cálculo y Álgebra. Curso 2008–2009

Grupo 16 de 1º de Ciencias Ambientales,
3 de septiembre de 2009, examen.

Ejercicio 1.- (2,5 puntos) ¿En qué puntos del plano es diferenciable la función

$$f(x, y) := \sqrt{x^4 + y^4}?$$

Ejercicio 2.- (2,5 puntos) Hallar las dos rectas tangentes a la curva

$$\frac{(x-1)^2}{4} + \frac{(y-1)^2}{9} = 1$$

que pasan por el punto $(4, 5)$.

Ejercicio 3.- (2,5 puntos) Sea $f(x, y)$ una función diferenciable en el punto $P_0 = (1, 1)$. Se consideran cinco vectores $\vec{v}_k$, $k = 1, 2, 3, 4, 5$, con origen en el punto P_0 y dibujados en la Figura 1. Para cada uno de estos vectores se define la función auxiliar

$$\phi_k(t) := f(P_0 + t\vec{v}_k) \quad k = 1, 2, 3, 4, 5.$$

Estas funciones auxiliares están representadas en la Figura 2. Emparejar cada vector con la función auxiliar correspondiente. Razónese.

Ejercicio 4.- (2,5 puntos) Sea $f(x, y)$ una función tal que

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 3x^2 + 3y^2 - 6x, \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 6xy - 6y.$$

Hallar los puntos críticos de $f(x, y)$ y averiguar su naturaleza (máximo relativo, mínimo relativo, punto de ensilladura) mediante la matriz hessiana.

TIEMPO: 4 horas.

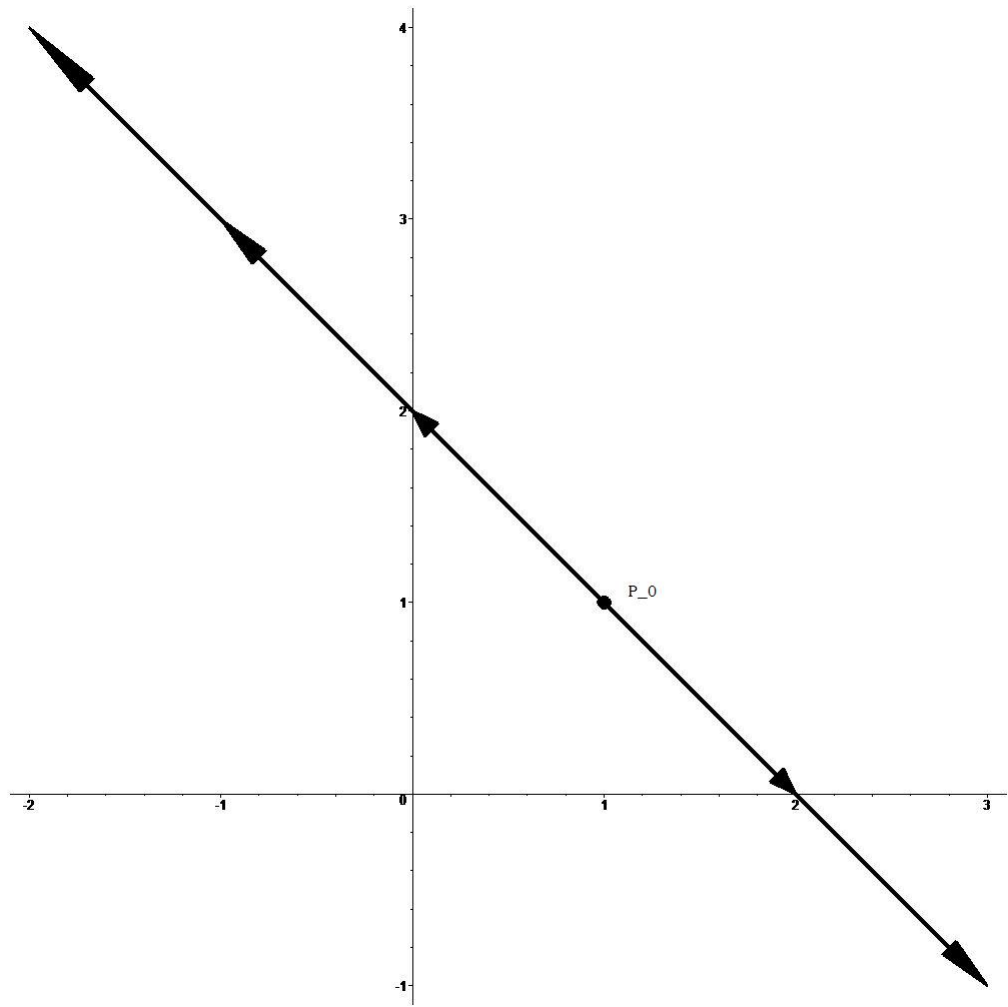


Figura 1: Vectores $\vec{v}_k$.

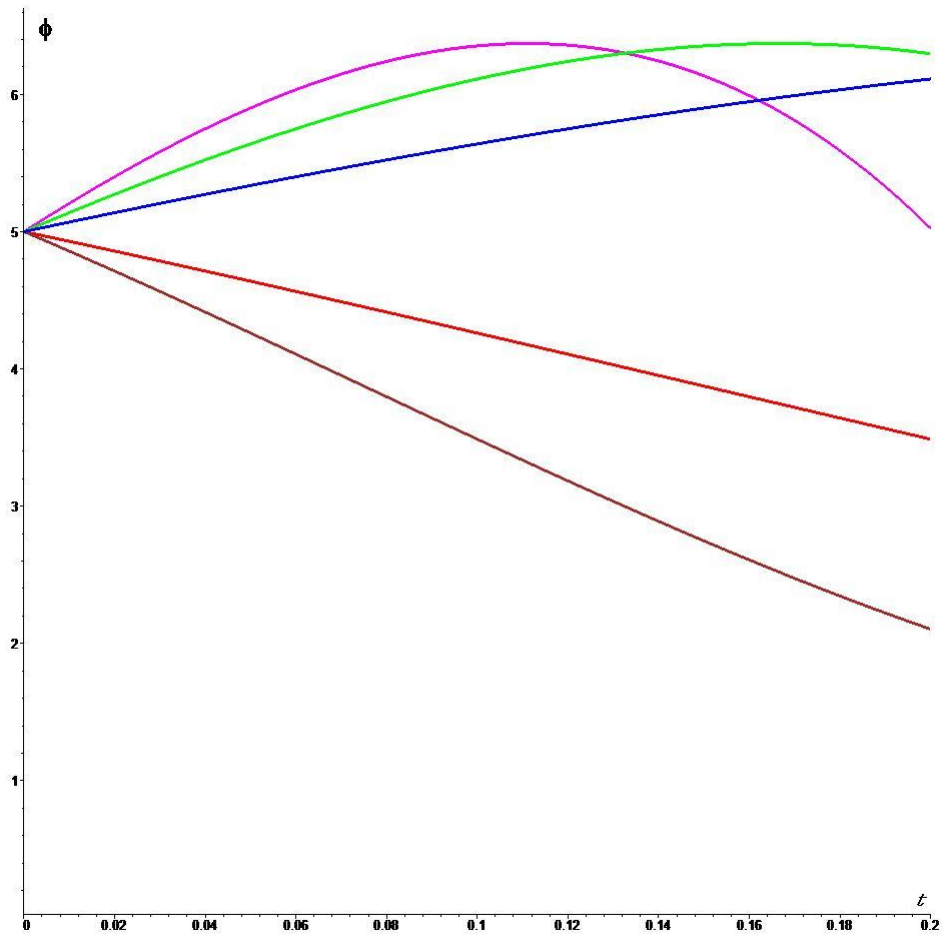


Figura 2: Funciones auxiliares $\phi_k(t)$.