

Cálculo y Álgebra. Curso 2009–2010

Grupo 16 de 1º de Ciencias Ambientales,

6 de septiembre de 2010, examen.

Puntuación total: 10. Cada ejercicio se valora en 2,5 puntos.

Ejercicio 1.- Sea $f(x, y)$ una función diferenciable en el punto $(1, -2)$. Suponiendo que $f(0'998, -2'012) = 4$, $\frac{\partial f}{\partial x}(1, -2) = -1$ y $\frac{\partial f}{\partial y}(1, -2) = 1'3$, hállese *aproximadamente* $f(1'001, -2'004)$.

Ejercicio 2.- Una araña está sobre una placa metálica cuya temperatura en el punto (x, y) viene dada por $T(x, y) = \frac{88 - x^2 - 2y^2}{1,8}$. Cuando está en el punto $(3, 2)$ está deseando moverse en la dirección en la que la temperatura *baje* lo más rápido posible.

- Encuéntrese el vector unitario que indica la dirección en la que la temperatura baja más rápidamente en el momento en que la araña parte de $(3, 2)$.
- Si por error la araña se mueve hacia el punto $(-1, 5)$, ¿a qué velocidad cambiará la temperatura en el momento en que parte de $(3, 2)$?

Indicación.- Si se desea pensar con unidades físicas, puede tomarse como unidad de longitud el cm y como unidad de temperatura el °C. Pero no es necesario para resolver el ejercicio.

Ejercicio 3.- Hállese la recta tangente a la curva

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 4, \\ 2x^2 + 3y^2z = 2, \end{cases}$$

en el punto $(1, \sqrt{3}, 0)$.

Ejercicio 4.- Se considera una función diferenciable $f(x, y)$ de la que damos algunas curvas de nivel en la Figura 1. Márquese la porción de la curva de nivel $f(x, y) = 2$ sobre la cual $\frac{\partial f}{\partial y} \geq 0$.

TIEMPO: 4 horas.

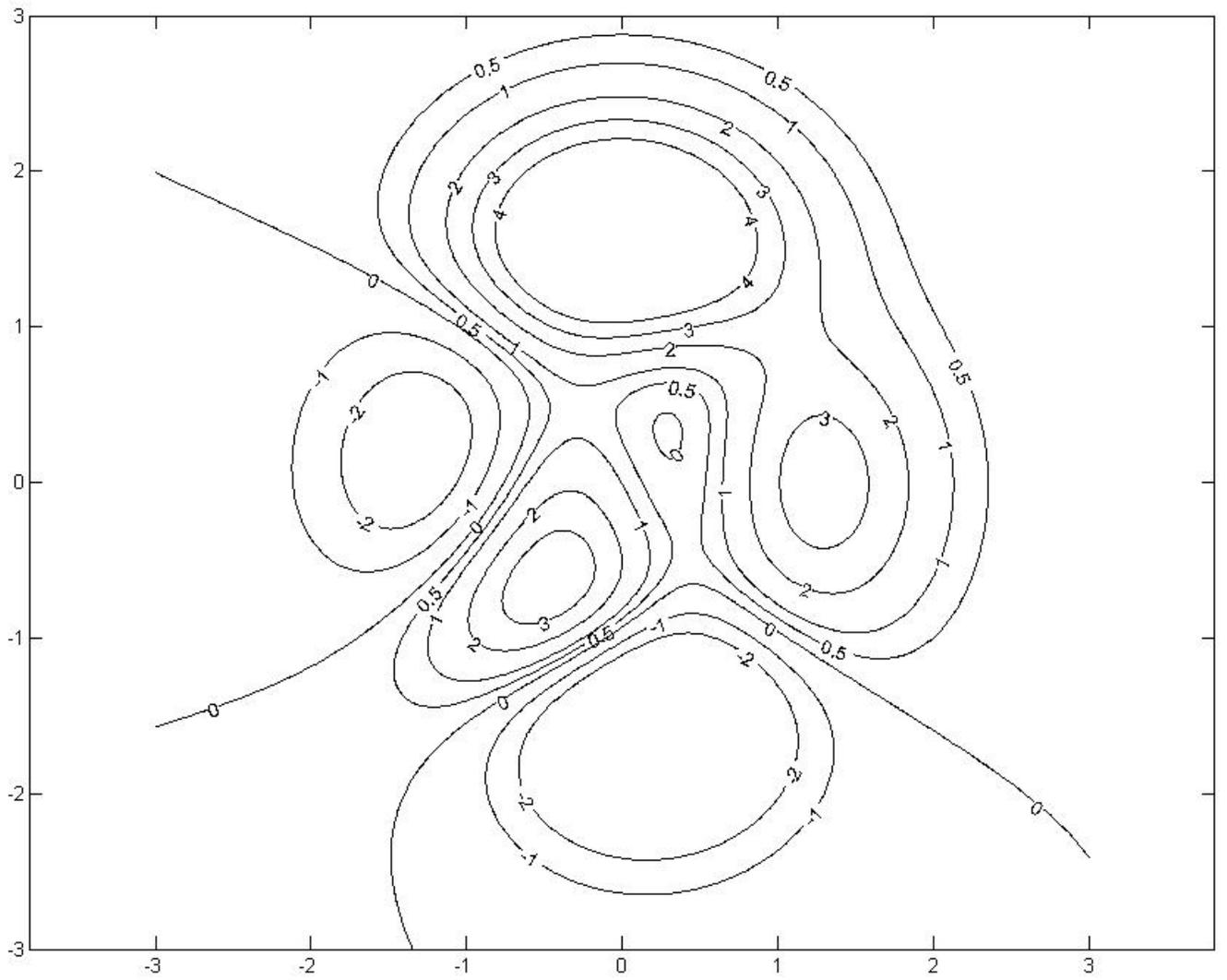


Figura 1: Curvas de nivel de $f(x, y)$ del Ejercicio 3.