

# Matemáticas

Curso 2010-11. Examen extraordinario.  
1º de CCAA y CTA, 27 de junio de 2011.

**Ejercicio 1.-** (Juan-Miguel Gracia) (2 puntos) Sean  $\vec{a}$  y  $\vec{b}$  vectores de  $\mathbb{R}^4$  que forman un ángulo de  $\pi/4$  radianes, cuyas normas son  $\|\vec{a}\| = 2$  y  $\|\vec{b}\| = 3$ . Hállense los valores reales de  $x$  tales que

$$\|\vec{a} + x\vec{b}\| \leq \|x\vec{a} - 2\vec{b}\|.$$

**Ejercicio 2.-** (Juan-Miguel Gracia) (2 puntos) Hállense los dos puntos críticos de la función

$$f(x, y) := 2y^2 - x(x - 1)^2$$

y discútase su naturaleza (máximo o mínimo relativos, o punto de ensilladura). Después dibújese la curva de nivel  $f(x, y) = 0$ . Explíquese la forma de esta curva en un entorno del punto  $(1, 0)$ .

**Ejercicio 3.-** (Pedro Arciniega) (2 puntos) Encuéntrese la solución de la ecuación diferencial

$$2t x'(t) = 3x(t) - 3t^2$$

que pasa por el punto  $(4, -24)$ .

**Ejercicio 4.-** (Pedro Arciniega) (2 puntos) Resuélvase el siguiente sistema homogéneo de ecuaciones diferenciales <sup>1</sup>

$$\begin{cases} \begin{cases} x'(t) = -x(t) - y(t) - 3z(t) \\ y'(t) = 3z(t) - 5y(t) - 5x(t) \\ z'(t) = 5y(t) - 3z(t) - 13x(t) \end{cases} \\ x(0) = y(0) = z(0) = 1 \end{cases}$$

**Ejercicio 5.-** (Paco Velasco) (2 puntos) Un depósito de **100** litros de capacidad, está lleno de agua pura. A partir de un determinado instante fluye al depósito una solución salina de **1** gramo/litro de concentración, a razón de **2** litros por minuto, saliendo líquido del depósito a razón de **4** litros/minuto. Denotando por  $x(t)$  a la cantidad de sal que hay en el depósito en el instante  $t$ , calcúlese el máximo de la función  $x(t)$ .

**Tiempo:** 4 horas.

---

<sup>1</sup>Si buscas los valores propios de la matriz de los coeficientes del sistema, prueba con el valor  $\lambda = 6$ .