Matemática Aplicada

Grupo 01 de 1^o de Farmacia, 1 de Septiembre de 1998, Examen

Cuestión 1.- (2 puntos) Desarrollar brevemente el tema de los Modelos Matemáticos.

Problema 2.- (2 puntos) Hallar la solución de la ecuación diferencial

$$x'(t) = x(t) + t$$

que verifica

$$\int_0^1 x(t)\,dt = 2.$$

Problema 3.- (2 puntos) Hallar el polinomio de grado ≤ 3

$$p(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3$$

que verifica

$$p(-1) = -4, \quad p(0) = 0, \quad p(1) = 2, \quad p(2) = 14.$$

Problema 4.- (2 puntos) Hallar tres funciones continuas $g_1(x), g_2(x), g_3(x)$ tales que para todo x real:

$$\begin{cases} g_1(x) = \int_0^x (g_1(t) - g_3(t))\,dt - 1, \\ g_2(x) = \int_0^x (-g_2(t) + g_3(t))\,dt, \\ g_3(x) = \int_0^x (g_2(t) + g_3(t))\,dt + 2. \end{cases}$$

Problema 5.- (2 puntos) Se consideran tres depósitos interconectados de capacidades $120, 240$ y 360 litros, respectivamente, entre los que circula una mezcla —bien agitada— de tres líquidos A, B y C. Las cantidades iniciales, en litros, de los líquidos A, B y C en cada uno de los tres depósitos vienen dadas por la siguiente tabla:

Líquido	A	B	C
depósito 1^o	100	15	5
depósito 2^o	200	25	15
depósito 3^o	300	40	20

Desde el exterior penetra 1 litro de líquido A en el depósito 1^o, 1 litro de líquido B en el depósito 2^o y 1 litro de líquido C en el depósito 3^o. Al exterior fluyen 2 litros de mezcla desde el depósito 1^o y 1 litro de mezcla desde el depósito 2^o. La información restante viene dada en la figura adjunta.

1^o**.- Plantear** los sistemas de ecuaciones diferenciales que sirven como modelos matemáticos para estudiar la evolución de los litros de A, B y C en cada uno de los tres depósitos en el transcurso del tiempo t —medido en segundos. *No se pide resolver estas ecuaciones diferenciales.*

2^o**.-** ¿Habrá unas condiciones iniciales —diferentes de las dadas en la tabla— que permitan que el número de litros de A, B y C en cada depósito permanezca constante? (Estado estacionario del sistema). En caso de respuesta afirmativa, hallarlas.