1º CIENCIAS AMBIENTALES. EXAMEN DE CÁLCULO Y ÁLGEBRA.
29-1-2002

1. Calcular la derivada de la siguiente función:

$$f(x) = \left(\frac{1}{\ln(x)}\right)^{2/\cos(x)}$$

2. Determinar las asíntotas de la función

$$f(x) = \frac{\ln(1+x^2) + \cos(x) + x^2 - 3x}{x+5}$$

3. Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} Ax^2 + B & \text{si}\, x \leq 0 \\ \ln(1+x^2) + C\cos(x) & \text{si}\, x > 0 \end{cases}$$

determinar A, B y C para que la función sea derivable hasta el orden 2 en $x = 0$.

4. Hallar las derivadas direccionales, donde existan, en el punto (0,0) de la función

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 + y^3}{x^2 + y^2 + y^4} & \text{si}\,(x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si}\,(x,y) = (0,0) \end{cases}$$

5. Demostrar que la función $z = \arctan(y/x)$ satisface la ecuación

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$$

6. Se quiere forrar una caja rectangular, de **100** m^3 de volumen con unas telas. La tela de la tapa y el fondo vale **200** euros el m^2, y la de los laterales, vale a **100** euros el m^2. Calcular las dimensiones de la caja para que el coste sea mínimo, y determinar dicho coste.

7. Sean $A = (3, -5, 7)$ y $B = (2, 0, -4)$ se pide:
(a) Calcular la distancia entre A y B;
(b) Obtener la proyección de A a lo largo de B;
(c) Calcular el coseno del ángulo entre A y B;
(d) Calcular el área del paralelogramo generado por A y B;
(e) Comprobar que se cumple la desigualdad triangular para A y B y explicar geométricamente su significado.